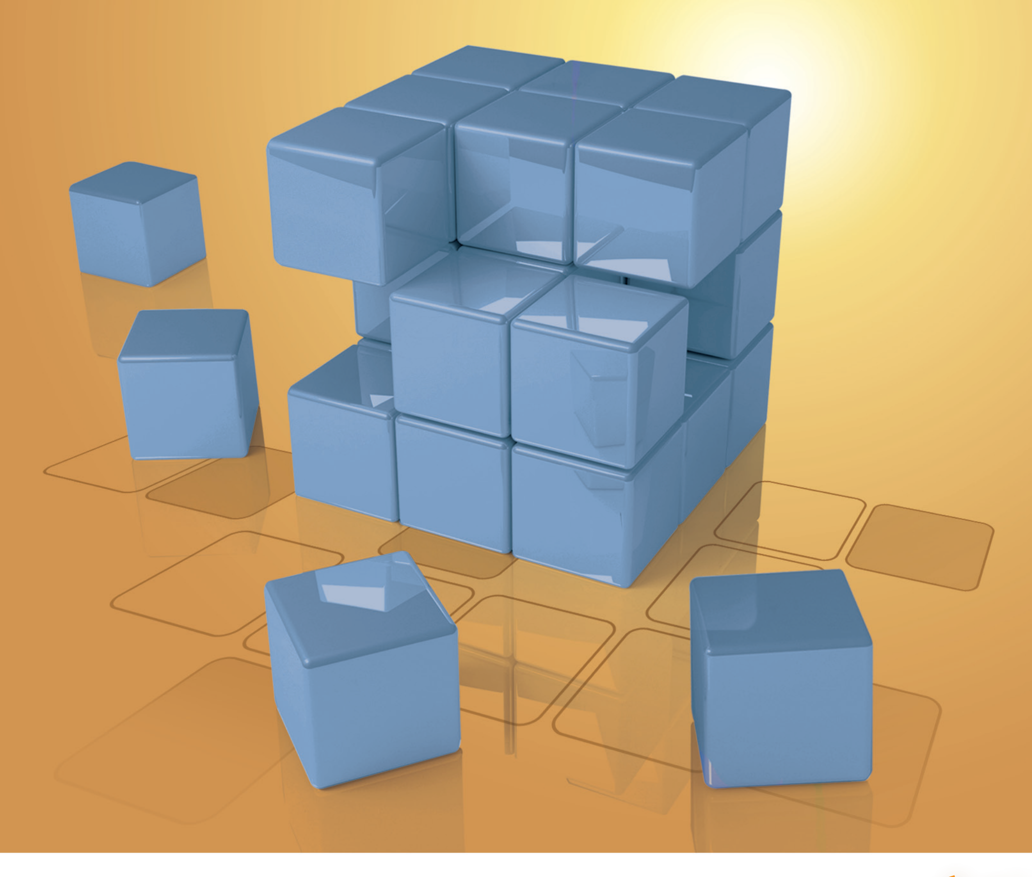
Geometría

Actividades

Tercer grado
de Secundaria









Geometría
Libro del actividades
Tercer grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición: 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-11994
ISBN: 978-612-313-055-8
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300690

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.



Contenido

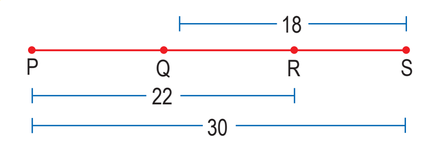

Geometría
Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 1
Geom
Geometría
Geometría

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: SEGMENTOS

1 Calcula PM, siendo M punto medio de $\overline{QR}$.



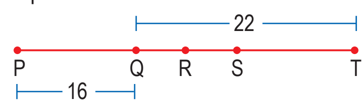
A) 11 B) 9 C) 15
D) 17 E) 8

2 Del gráfico mostrado calcula MN, siendo M y N puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente.

18
A B C D
12 8

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

3 Calcula RS, siendo R y S puntos medios de $\overline{PT}$ y $\overline{QT}$ respectivamente.



A) 11 B) 8 C) 3
D) 6 E) 12

4 En una recta se ubican los puntos consecutivos M, A y B siendo Q punto medio de $\overline{AB}$. Calcula $(MQ)^2$; si: MA = 2 y AB = 6.

A) 21 B) 22 C) 24
D) 25 E) 28

5 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D. Calcula AD, sabiendo que: AC = 4 + CD
Además:

$$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{CD}{4}$$

A) 9 B) 36 C) 27
D) 18 E) 30

6 Dados los puntos consecutivos A, B, C en una recta, de modo que BC – AB = 12 m. Halla la distancia del punto medio de $\overline{AC}$ al punto B.

A) 4 m B) 3 m C) 8 m
D) 6 m E) 10 m

7 Si A, B, C y D son puntos consecutivos ubicados sobre una recta, M es un punto medio de $\overline{AD}$, AB + CD = 10 y BM – MC = 2; halla CD.

A) 8 B) 6 C) 3
D) 2 E) 1

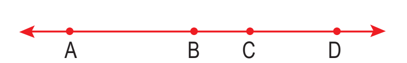
8 Sobre una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F. Sabiendo que:

$AB = EF = \frac{BE}{3}$ y $AC + BD + CE + DF = 24$

Halla BE.

A) 6 B) 9 C) 12
D) 18 E) 20

9 Si: AD = 40 cm y BC = 5 cm; halla AB + CD.



A) 30 cm B) 35 cm C) 4 cm
D) 37 cm E) 25 cm

10 Se tienen los puntos consecutivos y colineales A, M, B, N y C, donde M es punto medio de $\overline{AB}$ y N es punto medio de $\overline{BC}$. Si MN = 8 cm, calcula AC.

A) 15 cm B) 20 cm C) 10 cm
D) 17 cm E) 16 cm

11 Se tienen los puntos consecutivos A; M; B y C donde M es punto medio de AB, halla MB, si $\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3}$ y AC = 10

A) 3 B) 1 C) 2
D) 4 E) 5

12 En una recta ubicamos los puntos consecutivos A; B; C y D. Halla AD si se cumple que 4AB – BD – 2CD = 4, AB = 3 y AC = 5.

A) 9 B) 8 C) 5
D) 7 E) 10

13 Sean los puntos consecutivos A; B; C; D y E tal que: AB + CD = 3BC y DE = AB. Si se ubica el punto medio de BE, M; donde MD = 2 y AE = 16. Calcula MC.

A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 1

14 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A; B; C; D y E de tal manera que AC = CE, AB + CD = 16 y DE – BC = 4. Calcula CD.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 3

Claves

1. D	3. B	5. B	7. B	9. B	11. C	13. A
2. E	4. D	6. D	8. B	10. E	12. D	14. B



Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

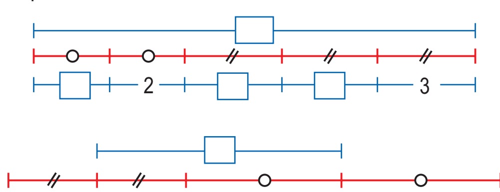
1. Relaciona con los siguientes conceptos:

I. Teorema ( ) Indemostrable y no muy evidente.
II. Postulado ( ) Proposición con una demostración evidente.
III. Axioma ( ) Necesita ser demostrado para ser evidente.

2. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

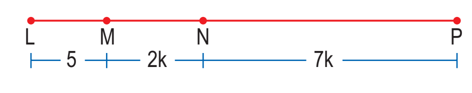
I. Un rayo tiene longitud finita ( )
II. Una semirrecta está limitada por dos puntos ( )
III. Un segmento tiene longitud infinita ( )

3. Completa los recuadros:



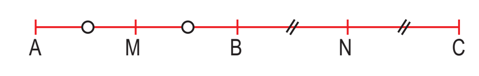
Razonamiento y demostración

4. En el gráfico, halla LN, si LP = 32.



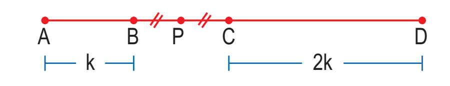
A) 11 B) 10 C) 8 D) 7 E) 5

5. En el gráfico calcula MN, si AC = 12.



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

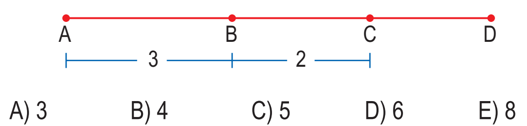
6. En el gráfico halla BD; si AP = 12.



A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

7. En el gráfico calcula AD si se cumple que:

$4AB - AD = 4 + 2CD$



A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Resolución de problemas

8. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D de manera que AC = 3AB y 5AC = 3AD. Si BC = 12, halla CD.

A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 36

9. Si P es punto medio de $\overline{AB}$ y el punto Q se encuentra entre P y B, calcula el valor de: $\dfrac{AQ - QB}{PQ}$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B y C tal que AB – BC = 6 cm y AB + BC = 10 cm. Calcula AB.

A) 7 cm B) 8 cm C) 9 cm
D) 10 cm E) 11 cm

11. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D de tal manera que: $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AD}{CD}$.

Si AB = 6 y BC = 2; halla AD.

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

12. Sobre una recta se dan los puntos consecutivos A, B y C tal que $AB = \frac{1}{3}BC$. Halla la longitud de $\overline{AB}$, si AC = 12.

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

13. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D y E de tal manera que se cumpla:

$AB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{4}DE.$

Halla AE; si AC = 6.

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

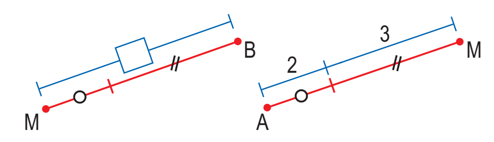
NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

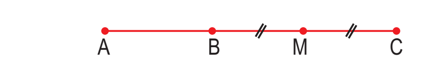
I. La reunión de dos rayos con el mismo origen resulta en una recta. ( )
II. En el triángulo rectángulo se cumple el postulado de Pitágoras. ( )
III. La reunión de dos semirrectas con el mismo origen resulta en una recta. ( )

15. Completa los recuadros, si $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.



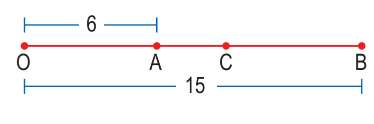
Razonamiento y demostración

16. En el gráfico, calcula AM, si: AB + AC = 12



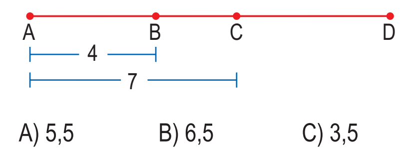
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

17. En el gráfico calcula OC, si 2AC = CB.



A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

18. En el gráfico, halla CD, si $\frac{BD}{5} = \frac{CD}{3}$.



A) 5,5 B) 6,5 C) 3,5
D) 4,5 E) 7,5

Resolución de problemas

19. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C y D, de tal manera que cumplen las siguientes condiciones:
AB = 3; CD = 2; 4BC + 5AD = 88.
Calcula AC.

A) 5 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

20. A, B, C y D son puntos consecutivos sobre una recta.
Si: 2AC = AB + AD – BC. Calcula $\frac{CD}{BC}$.

A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 2

21. Se dan los puntos consecutivos A, B, C, D y E de tal manera que B, C y D son puntos medios, B de $\overline{AD}$, C de $\overline{AE}$ y D de $\overline{BE}$. Calcula el valor de AE; sabiendo además que AB + AC = 15.

A) 18 B) 20 C) 22
D) 24 E) 26

22. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D; sabiendo que: AC + BD = 32 y BC = 8. Halla AD.

A) 20 B) 21 C) 24
D) 26 E) 28

23. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D y E dispuestos de modo que B es punto medio de $\overline{AC}$.
Si: 2DE = CD y AB + AE = 6; halla AD.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

24. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D y E dispuestos de tal forma que:

$$\frac{1}{BC} = \frac{2}{AB} = \frac{3}{CD} = \frac{4}{DE}.$$

Si AE = 20, halla BC.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

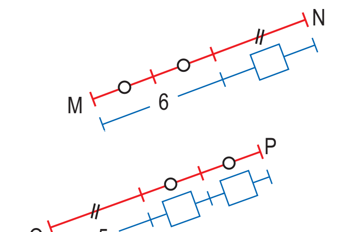
NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Indica A (si la sentencia es un axioma), P (si la sentencia es un postulado) o T (si la sentencia es un teorema).

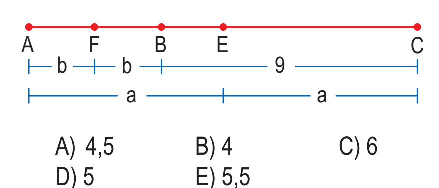
I. Dos rectas paralelas determinan un plano. ( )
II. Dos rectas secantes comparten solo un punto. ( )
III. El área de un triángulo está dado por el producto de la mitad de su base y su altura. ( )

26. Completa los recuadros, si $\overline{MN} \cong \overline{OP}$.



Razonamiento y demostración

27. En el gráfico, calcula EF, si BC = 9.



A) 4,5 B) 4 C) 6
D) 5 E) 5,5

28. De la figura halla 2(AB).

Si: $\frac{1}{AB} - \frac{1}{AC} = \frac{1}{5}$

A) 3 B)6 C) 8
D)7 E) 5

Resolución de problemas

29. Se toman los puntos consecutivos A, B, M y C, donde M es punto medio de $\overline{BC}$. Si: $AB^2 + AC^2 = 8$; halla $(AM^2 + BM^2)$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Se dan los puntos consecutivos O, A, B y M, tal que: OA = 4; OB = 20 y 3AB = 2(AM + BM). Halla OM.

A) 28 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

31. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos P, A, B, C y D, de modo que: 7PC = 2PD + 5PB y 2AD + 5AB = 7. Calcula AC.

A) 1 B) 2 C) 5 D) 6 E) 8

32. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D y E de tal manera que cumplen con las siguientes condiciones: (AB)(CD) = (BC)(AD); AB = 6; CD = 4 y DE = 2BC. Calcula BE.

A) 5 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

33. En una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que:
$\frac{AE}{BD} = \frac{5}{3}$ y AC + BD + CE = 32
Halla BD.

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

34. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos P, Q, R y S tal que PQ = 1 y RS = 6, cumpliéndose además:

$$\frac{1}{QR} + \frac{1}{PR} + \frac{1}{RS} = 1$$

Halla QR.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

35. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$.
Calcula AC, si (BC)(CD) = 63
y CD – BC = 18.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 8

Claves

NIVWEL 1	6. D	NIVEL 2	21. A		28. E
1.	7. D	14.	22. C		29. D
2.	8. D	15.	23. A		30. B
3.	9. D	16. E	24. A		31. A
4. A	10. B	17. C	NIVEL 2		32. B
5. D	11. B	18. D	25.		33. A
	12. C	19. D	26.		34. A
	13. C	20. E	27. A		35. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: ÁNGULOS, PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

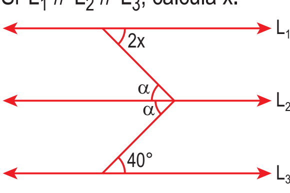
1 Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.

A) 60°   B) 40°   C) 30°
D) 20°   E) 10°

2 Dos ángulos que tienen el mismo vértice y un lado común están situados al mismo lado del lado común y se diferencian en 36°. Calcula el ángulo formado por las bisectrices de dichos ángulos.

A) 14°   B) 16°   C) 18°
D) 20°   E) 22°

3 Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$; calcula x.

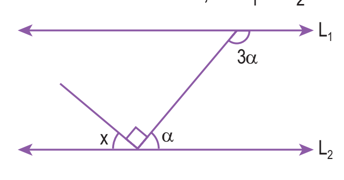


A) 10°   B) 15°   C) 20°
D) 30°   E) 35°

4 Si al mayor de dos ángulos suplementarios se le quita 32° para agregárselo al otro, ambos tendrán igual medida. Calcula el mayor de dichos ángulos.

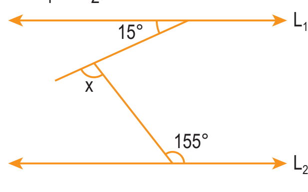
A) 122°   B) 124°   C) 126°
D) 128°   E) 130°

5 Calcula el valor de x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 15°   B) 30°   C) 45°
D) 60°   E) 75°

6 Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 100°   B) 130°   C) 135°
D) 140°   E) 270°

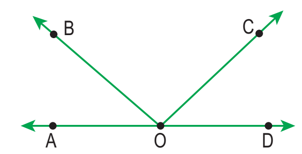
7 Dos ángulos suplementarios son entre sí como 5 es a 13. ¿Cuál es la diferencia entre dichos ángulos?

A) 70° B) 80° C) 90°
D) 100° E) 110°

8 La diferencia de los ángulos adyacentes AOB y BOC es de 60°. Calcula m∠XOB, siendo $\overrightarrow{OX}$ bisectriz del ∠AOC.

A) 15° B) 30° C) 45°
D) 48° E) 52°

9 Sobre una recta AD se forman los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, como se muestra en la figura. Si m∠AOB = 58° y m∠COD = 62°. Calcula la m∠BOC.



A) 60° B) 70° C) 80° D) 90° E) 100°

10 Dados los ángulos AOB, BOC y COD cuya suma es 90°, calcula el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD, si m∠BOC = 40°.

A) 35° B) 45° C) 55° D) 65° E) 70°

11 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE de manera que se cumple:

$$m\angle AOB = \frac{m\angle BOC}{2} = \frac{m\angle COD}{3} = \frac{m\angle DOE}{4}.$$

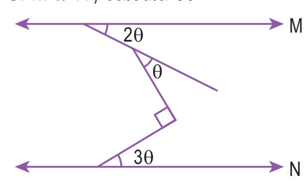
Halla la medida del ángulo AOE, si m∠AOC = 30°.

A) 100° B) 80° C) 90°
D) 110° E) 120°

12 Calcula α, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.

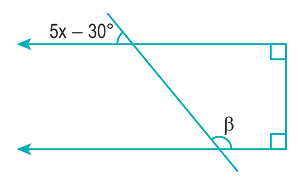
A) 18° B) 36° C) 20°
D) 32° E) 10°

13 Si $\overleftrightarrow{M} \parallel \overleftrightarrow{N}$, calcula θ.



A) 15° B) 6° C) 9°
D) 10° E) 12°

14 ¿Cuántos valores enteros puede tomar x, si β es obtuso?



A) 16 B) 17 C) 18
D) 23 E) 24

Claves

1. A	3. C	5. C	7. B	9. A	11. A	13. A
2. C	4. A	6. D	8. B	10. D	12. B	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa con los valores 0°; 90°; 180° y 360°, según corresponda:

I. Ángulo recto $\alpha =$ ☐
II. Ángulo nulo $\alpha =$ ☐
III. Ángulo de una vuelta $\alpha =$ ☐
IV. Ángulo llano $\alpha =$ ☐

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

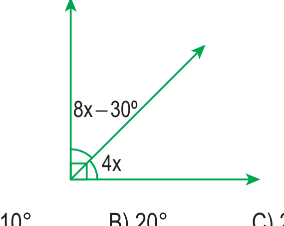
I. Los ángulos adyacentes también son ángulos consecutivos. ( )
II. La bisectriz es un rayo que divide a un ángulo en dos ángulos iguales. ( )
III. El ángulo de una vuelta mide 270°. ( )

3. Completa los valores angulares correspondientes:

I. Obtuso: ⇒ ☐ $< \alpha <$ ☐
II. No convexo: ⇒ ☐ $< \alpha <$ ☐
III. Agudo: ⇒ ☐ $< \alpha <$ ☐

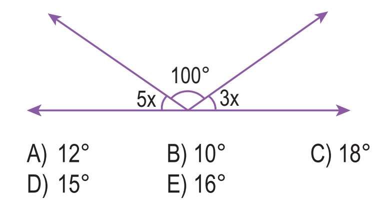
Razonamiento y demostración

4. Calcula x.



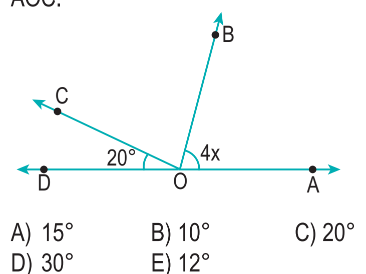
A) 10° B) 20° C) 25°
D) 30° E) 18°

5. Calcula x.



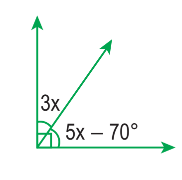
A) 12° B) 10° C) 18°
D) 15° E) 16°

6. Calcula x, si $\overrightarrow{OB}$ es bisectriz del ángulo AOC.



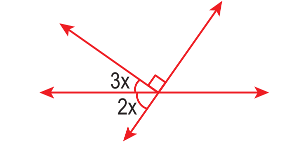
A) 15° B) 10° C) 20°
D) 30° E) 12°

7. Calcula x.



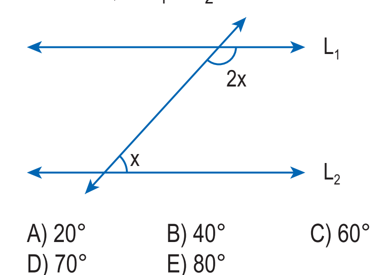
A) 30° B) 20° C) 35°
D) 25° E) 45°

8. Calcula x.



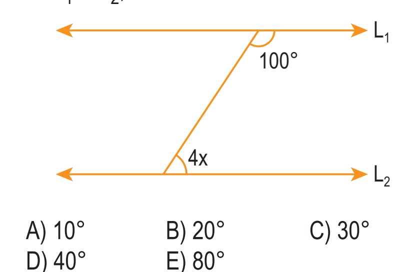
A) 10° B) 15° C) 12°
D) 18° E) 16°

9. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



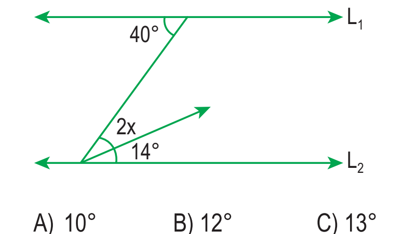
A) 20° B) 40° C) 60°
D) 70° E) 80°

10. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



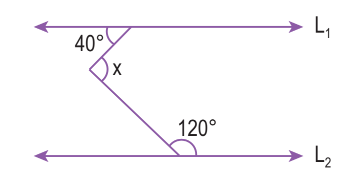
A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 80°

11. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



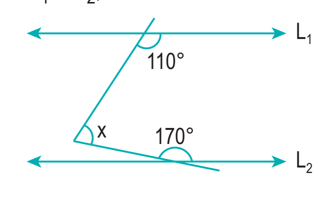
A) 10° B) 12° C) 13°
D) 15° E) 14°

12. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



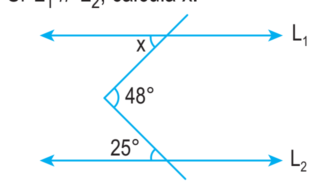
A) 80° B) 100° C) 120°
D) 130° E) 140°

13. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



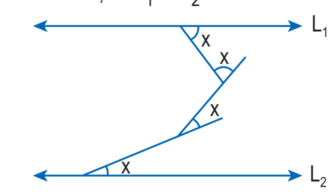
A) 70° B) 90° C) 80°
D) 60° E) 40°

14. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 25° B) 20° C) 23°
D) 18° E) 19°

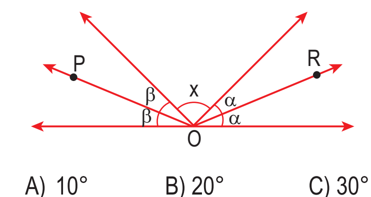
15. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 37° B) 18° C) 38°
D) 60° E) 45°

Resolución de problemas

16. Calcula x, si m∠POR = 100°.



A) 10° B) 20° C) 30°
D) 45° E) 50°

17. ¿De qué ángulo se le debe restar el doble de su complemento para obtener 30°?

A) 70° B) 60° C) 30°
D) 50° E) 80°

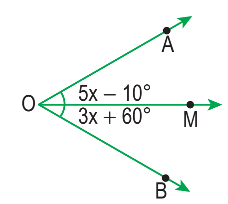
18. ¿De qué ángulo se debe restar su complemento para obtener 10°?

A) 60° B) 15° C) 40°
D) 25° E) 50°

19. Si la medida de un ángulo es tres veces la medida de su suplemento. ¿Cuál es la medida de dicho ángulo?

A) 45° B) 90° C) 105°
D) 135° E) 60°

20. Calcula x, si $\overrightarrow{OM}$ es bisectriz.



A) 30° B) 40° C) 35°
D) 25° E) 45°

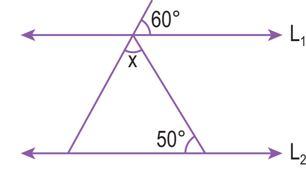
21. Encuentra la mitad de la tercera parte del complemento del suplemento de un ángulo que mide 102°.

A) 1° B) 2° C) 3° D) 4° E) 5°

22. La diferencia entre el suplemento de un ángulo y el cuádruple de su complemento es igual al doble de su complemento. Halla la medida de dicho ángulo.

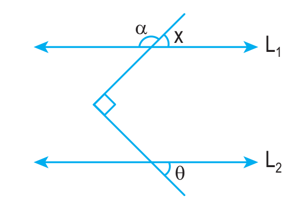
A) 62° B) 52° C) 32°
D) 72° E) 42°

23. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



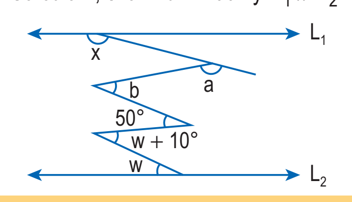
A) 80° B) 70° C) 60°
D) 50° E) 40°

24. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ y $\alpha + \theta = 142°$, calcula x.



A) 64° B) 74° C) 84°
D) 71° E) 19°

25. Calcula x, si a + b = 160° y $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



A) 100° B) 105° C) 110°
D) 115° E) 120°

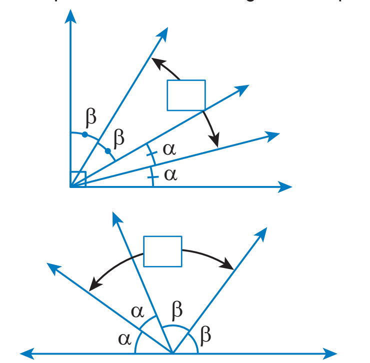
NIVEL 2

Comunicación matemática

26. Completa los recuadros con ⊥ (perpendicular) o // (paralelo).

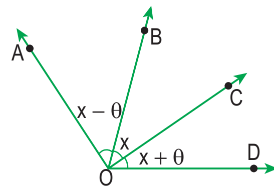
I. Si $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$ ⇒ $\overleftrightarrow{L_1}$ □ $\overleftrightarrow{L_3}$
II. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$ ⇒ $\overleftrightarrow{L_1}$ □ $\overleftrightarrow{L_3}$
III. Si $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_2} \perp \overleftrightarrow{L_3}$ ⇒ $\overleftrightarrow{L_1}$ □ $\overleftrightarrow{L_3}$

27. Completa los recuadros según corresponda:



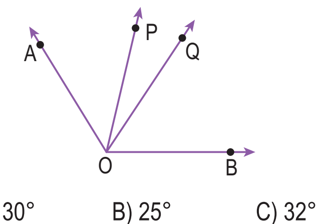
Razonamiento y demostración

28. Calcula x, si m∠AOD = 102°.



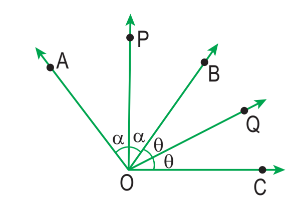
A) 64° B) 36° C) 51°
D) 27° E) 34°

29. Halla la medida del ∠POQ, si la m∠AOB = 100°, m∠AOQ = 56° y m∠POB = 74°



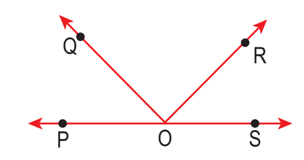
A) 30° B) 25° C) 32°
D) 28° E) 34°

30. Halla m∠POQ, si la m∠AOC = 160°.



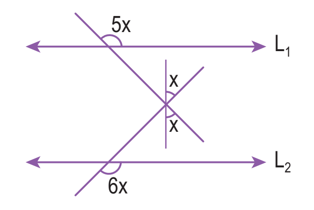
A) 40° B) 100° C) 120°
D) 80° E) 86°

31. Del gráfico: m∠POR + m∠QOS = 240°. Halla m∠QOR.



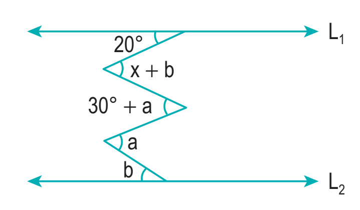
A) 80° B) 60° C) 40°
D) 50° E) 65°

32. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



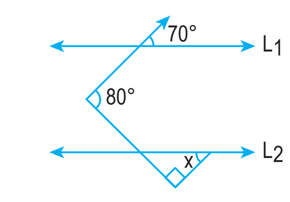
A) 10° B) 9° C) 20°
D) 15° E) 18°

33. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



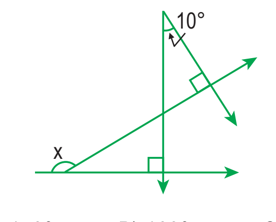
A) 40° B) 50° C) 30°
D) 20° E) 60°

34. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



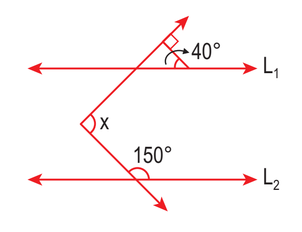
A) 40° B) 50° C) 60°
D) 80° E) 85°

35. Calcula x.



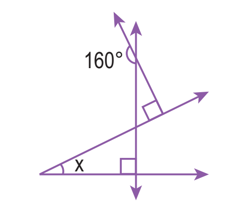
A) 170° B) 160° C) 150°
D) 140° E) 130°

36. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 70° B) 80° C) 60°
D) 40° E) 100°

37. Calcula x.



A) 10° B) 15° C) 20°
D) 30° E) 40°

Resolución de problemas

38. Se tienen dos ángulos consecutivos AOB y BOC de tal manera que su diferencia es 42°. Encuentra la medida del ángulo formado por la bisectriz OM del ángulo AOC y $\overrightarrow{OB}$.

A) 21° B) 35° C) 89°
D) 30° E) 42°

39. Sean los ángulos adyacentes AOB y BOC; se traza el rayo OX (bisectriz del ángulo AOB) y el rayo OY (bisectriz del ángulo AOC). Halla la m∠BOC, si m∠XOY = 32°.

A) 60° B) 64° C) 32°
D) 16° E) 96°

40. La diferencia de las medidas de los ángulos adyacentes AOB y BOC es 30°. Halla la medida del ángulo que forma la bisectriz del ángulo AOC y el rayo OB.

A) 25° B) 5° C) 20°
D) 18° E) 15°

41. Calcula el mayor de tres ángulos que están en la relación de 4; 6 y 5, sabiendo que el complemento de la suma de los ángulos es 15°.

A) 20° B) 30° C) 25°
D) 40° E) 60°

42. Si la diferencia entre el suplemento de un ángulo y el doble de su complemento disminuido en 30° resulta los 3/11 de su suplemento. Halla la medida de dicho ángulo.

A) 15° B) 25° C) 35°
D) 45° E) 55°

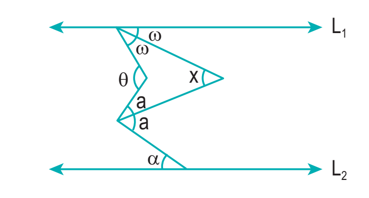
43. Se tienen los ángulos adyacentes AOB y BOC que se diferencian en 32°. Calcula la medida del ángulo formado por la bisectriz del ángulo AOC y el rayo OB.

A) 8° B) 12° C) 16°
D) 24° E) 32°

44. A un mismo lado de una recta XY y desde un punto O de la misma, se trazan los rayos OA y OB tal que m∠AOX = 60° y m∠YOB es el suplemento del triple de m∠BOA. Halla m∠AOB.

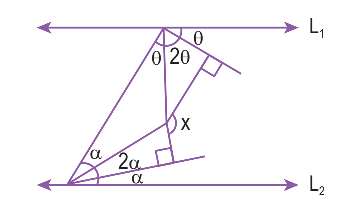
A) 20° B) 30° C) 15°
D) 45° E) 60°

45. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, además, $\theta - \alpha = \frac{x}{2} + 45°$, calcula x.



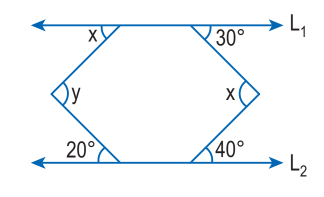
A) 20° B) 25° C) 30°
D) 45° E) 50°

46. Calcula x si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 135° B) 130° C) 145°
D) 160° E) 175°

47. Calcula x + y, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.

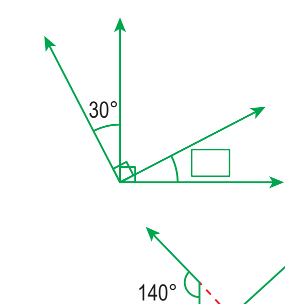


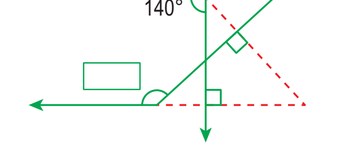
A) 130° B) 120° C) 100°
D) 160° E) 90°

NIVEL 3

Comunicación matemática

48. Completa en los recuadros:

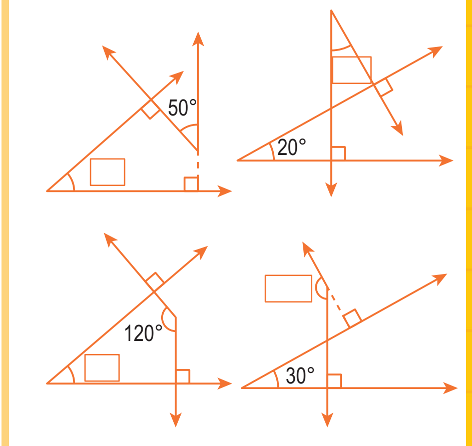




49. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

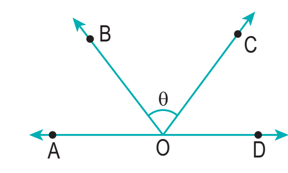
I. El tercer postulado de Euclides da origen al paralelismo ( )
II. El cuarto postulado de Euclides da origen a la perpendicularidad ( )
III. Dos rectas son perpendiculares cuando forman dos ángulos rectos ( )

50. Completa en los recuadros:



Razonamiento y demostración

51. Si θ > 90°, halla la medida del ángulo que forma la bisectriz del ∠AOC y ∠BOD.

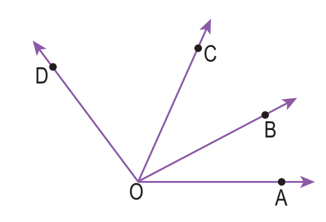


A) $60° - \frac{\theta}{2}$ B) $45° - \frac{\theta}{2}$

C) $90° - \frac{\theta}{2}$ D) $90° - \frac{\theta}{2}$

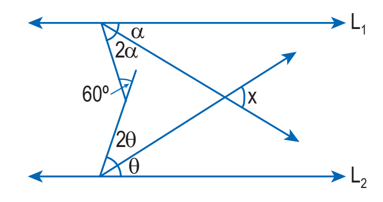
E) $60° - \frac{\theta}{2}$

52. Halla m∠DOB + m∠COA, si el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD mide 90°.



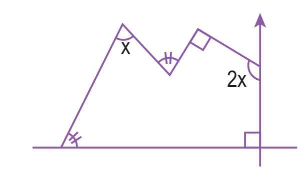
A) 180° B) 100° C) 150°
D) 160° E) 130°

53. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



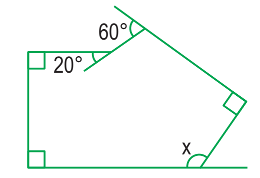
A) 30° B) 40° C) 42°
D) 35° E) 50°

54. Calcula x.



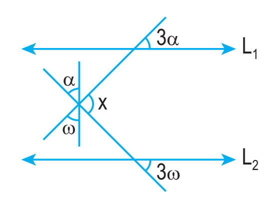
A) 30° B) 40° C) 45°
D) 50° E) 60°

55. Calcula x.



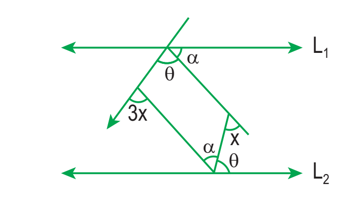
A) 100° B) 120° C) 130°
D) 150° E) 135°

56. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



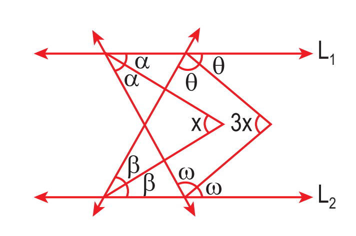
A) 45° B) 90° C) 135°
D) 120° E) 150°

57. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 30° B) 40° C) 45°
D) 50° E) 36°

58. Calcula x, siendo $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



A) 30° B) 40° C) 45°
D) 50° E) 55°

Resolución de problemas

59. Sean los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Se trazan las bisectrices $\overrightarrow{OM}$ y $\overrightarrow{ON}$ de los ángulos AOC y BOD respectivamente. Halla m∠MON, si: m∠AOB + m∠COD = 152°.

A) 76° B) 38° C) 42°
D) 14° E) 28°

60. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, de modo que m∠AOB = m∠COD = 98°. Halla la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.

A) 49° B) 54° C) 72°
D) 82° E) 98°

61. Si $\overrightarrow{OX}$ y $\overrightarrow{OY}$ son las bisectrices de los ángulos adyacentes AOB y BOC, dichos ángulos son agudos, tal que m∠AOB – m∠BOC = 26°, $\overrightarrow{OZ}$ es la bisectriz del ángulo XOY. Halla m∠BOZ.

A) 26° B) 13° C) 6°30'
D) 19°30' E) 52°

62. Los ángulos AOB, BOC y COD son consecutivos; de modo que:
m∠AOC + m∠BOD = 140° y $\overrightarrow{OA}$ es perpendicular a $\overrightarrow{OD}$. Halla m∠BOC.

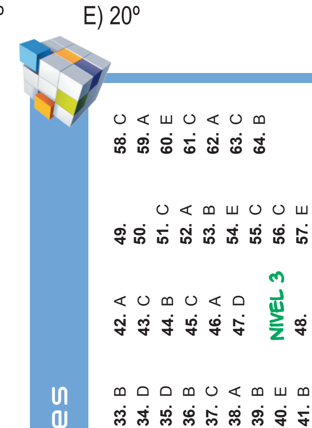
A) 50° B) 54° C) 60°
D) 100° E) 40°

63. Sean los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Se trazan $\overrightarrow{OX}$ $\overrightarrow{OY}$ y $\overrightarrow{OZ}$ bisectrices de los ángulos AOB, COD y XOY respectivamente. Halla m∠BOZ, si m∠BOY – m∠AOX = 36°.

A) 12° B) 15° C) 18°
D) 24° E) 36°

64. Se tienen los ángulos consecutivos AOB y BOC donde BOC mide 28°. Halla la medida del ángulo determinado por la paralela trazada desde un punto del lado OC a la bisectriz del ángulo AOB con la bisectriz del ángulo AOC.

A) 10° B) 14° C) 16°
D) 18° E) 20°



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. A
5. B
6. C
7. B
8. D
9. C
10. B
11. C
12. B
13. C
14. C
15. E
16. B
17. A
18. E
19. D
20. C
21. B
22. D
23. B
24. A
25. E

NIVEL 2
26.
27.
28. E
29. A
30. D
31. B
32. C
33. B
34. D
35. D
36. B
37. C
38. A
39. B
40. E
41. B
42. A
43. C
44. B
45. C
46. A
47. D

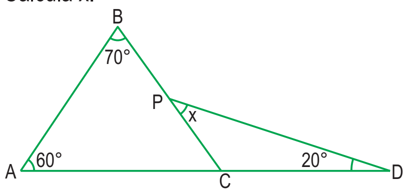
NIVEL 3
48.
49.
50.
51. C
52. A
53. B
54. E
55. C
56. C
57. E
58. C
59. A
60. E
61. C
62. A
63. C
64. B

Aplicamos lo aprendido



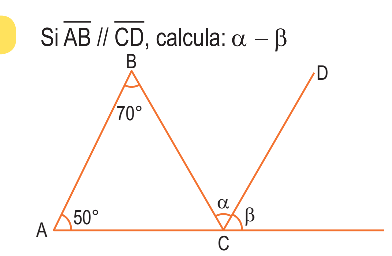
TEMA 3: TRIÁNGULOS

1 Calcula x.



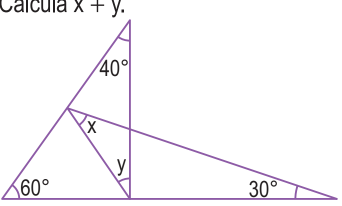
A) 10° B) 20° C) 30°
D) 25° E) 35°

2 Si $\overline{AB} // \overline{CD}$, calcula: $\alpha - \beta$



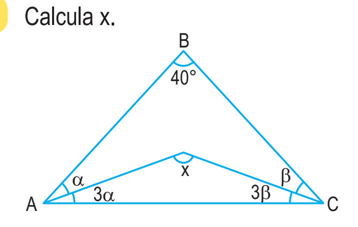
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 40° E) 30°

3 Calcula x + y.



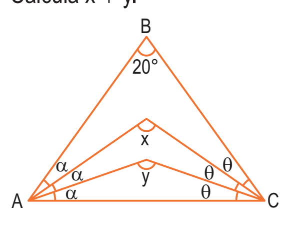
A) 40° B) 50° C) 60°
D) 70° E) 80°

4 Calcula x.



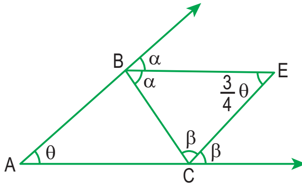
A) 60° B) 80° C) 100°
D) 110° E) 75°

5 Calcula x + y.



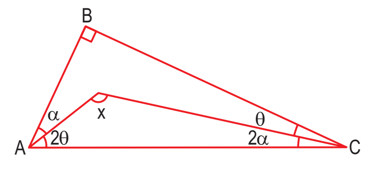
A) 180° B) 190° C) 200°
D) 220° E) 280°

6 Calcula θ.



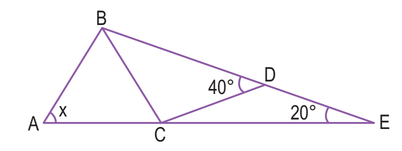
A) 60° B) 70° C) 72°
D) 54° E) 80°

7 Calcula x.



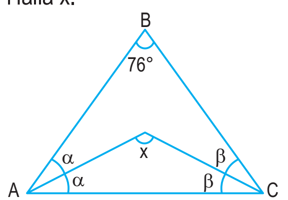
A) 100° B) 110° C) 120°
D) 135° E) 150°

8 Del triángulo ABC, halla x si: AB = BC = CD



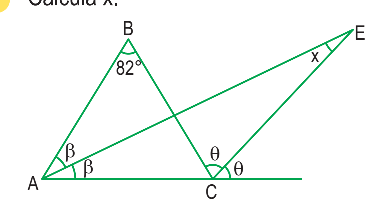
A) 60° B) 70° C) 50°
D) 55° E) 75°

9 Halla x.



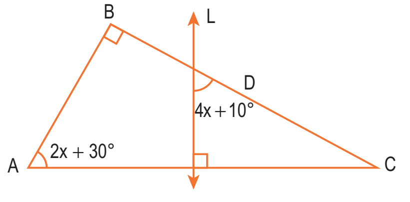
A) 140° B) 130° C) 170°
D) 150° E) 128°

10 Calcula x.



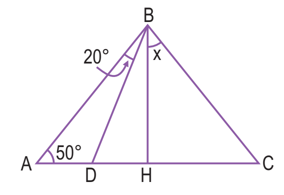
A) 50° B) 52° C) 38°
D) 41° E) 47°

11 Halla x, si $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz.



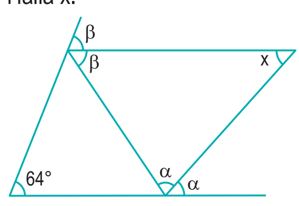
A) 10° B) 20° C) 35°
D) 15° E) 42°

12 Si BC = CD y $\overline{BH}$ es altura. Halla x.



A) 40° B) 60° C) 80°
D) 50° E) 70°

13 Halla x.



A) 60° B) 38° C) 50°
D) 70° E) 58°

14 Halla x.

A) 20° B) 22° C) 30°
D) 18° E) 42°

Claves

1. C	3. B	5. C	7. C	9. E	11. A	13. E
2. C	4. E	6. C	8. A	10. D	12. D	14. B

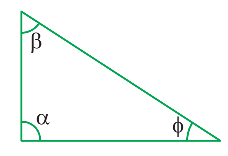


Practiquemos

NIVEL 1

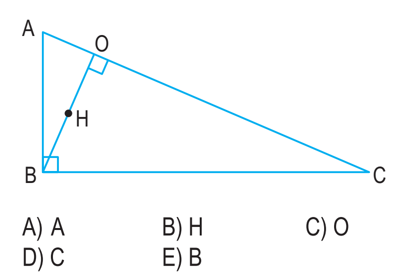
Comunicación matemática

1. Relaciona los conceptos según la siguiente figura:



I. Triángulo rectángulo ( ) $\alpha > 90°$
II. Triángulo obtusángulo ( ) $\alpha = 90°$
III. Triángulo oblicuángulo ( ) $\alpha < 90°$

2. Marca la alternativa que representa correctamente al ortocentro del triángulo ABC:



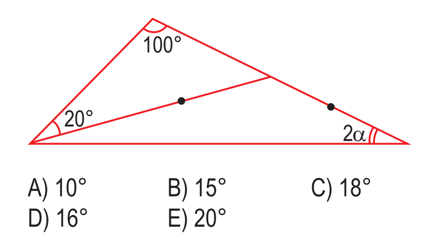
A) A B) H C) O
D) C E) B

3. Relaciona:

I. Incentro	( )	Centro de la circunferencia exinscrita
II. Baricentro	( )	Centro de la circunferencia circunscrita
III. Circuncentro	( )	Centro de la circunferencia inscrita
IV. Excentro	( )	Centro de gravedad

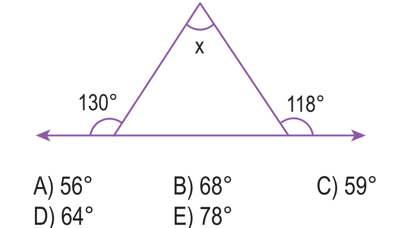
Razonamiento y demostración

4. Halla α.



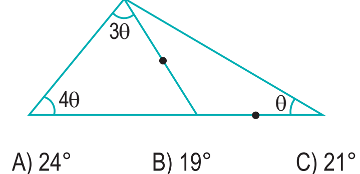
A) 10° B) 15° C) 18°
D) 16° E) 20°

5. Halla x.



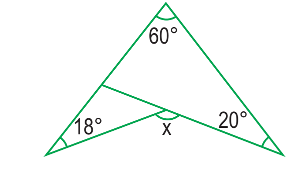
A) 56° B) 68° C) 59°
D) 64° E) 78°

6. Halla θ.



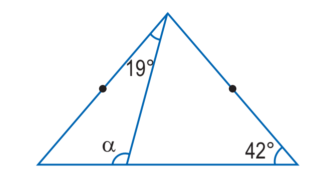
A) 24° B) 19° C) 21°
D) 20° E) 18°

7. Halla x.



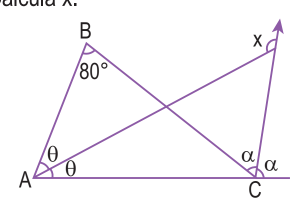
A) 102° B) 108° C) 98°
D) 112° E) 96°

8. Halla α.



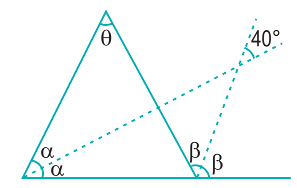
A) 119° B) 109° C) 112°
D) 120° E) 130°

9. Calcula x.



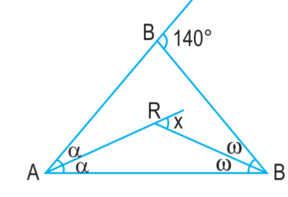
A) 140° B) 110° C) 120°
D) 115° E) 130°

10. Calcula θ.



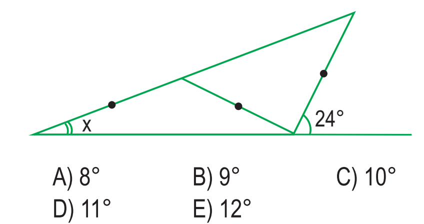
A) 40° B) 60° C) 80°
D) 100° E) 120°

11. Calcula x.



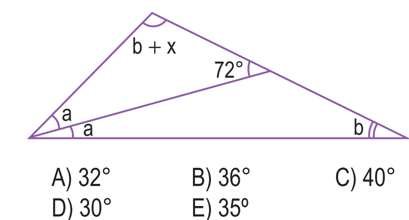
A) 40° B) 50° C) 60°
D) 70° E) 80°

12. Halla x.



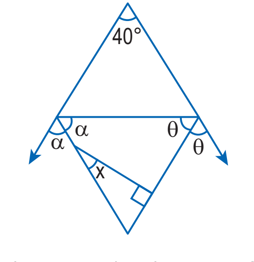
A) 8° B) 9° C) 10°
D) 11° E) 12°

13. Halla x.



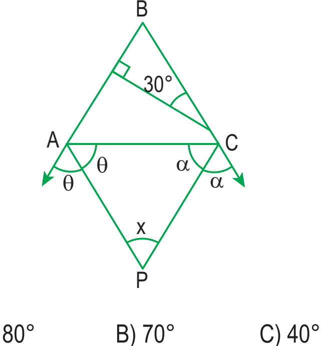
A) 32° B) 36° C) 40°
D) 30° E) 35°

14. Calcula x.



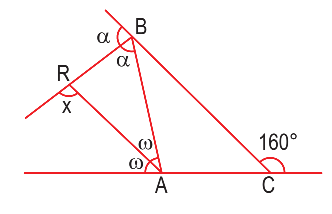
A) 10° B) 30° C) 20°
D) 45° E) 50°

15. Calcula x.



A) 80° B) 70° C) 40°
D) 50° E) 60°

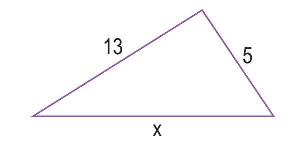
16. Calcula x.



A) 80° B) 100° C) 110°
D) 120° E) 140°

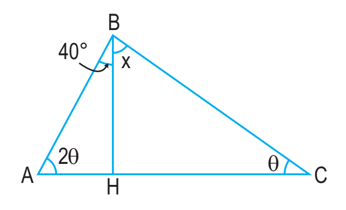
Resolución de problemas

17. Calcula la suma de los valores enteros de x para que el triángulo exista.



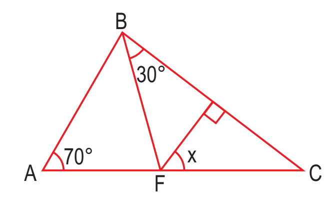
A) 116 B) 118 C) 121
D) 117 E) 120

18. Calcula x, si $\overline{BH}$ es altura.



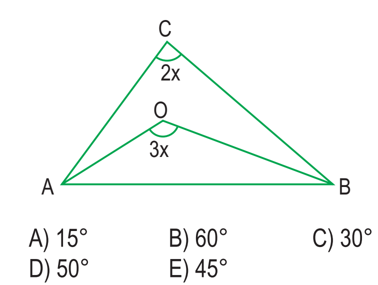
A) 25° B) 65° C) 75°
D) 35° E) 55°

19. Calcula x, si $\overline{BF}$ es bisectriz.



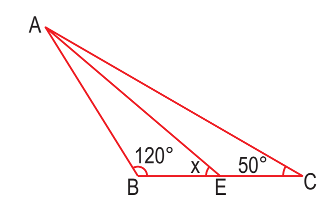
A) 50° B) 30° C) 40°
D) 20° E) 60°

20. Si $\overline{AO}$ y $\overline{BO}$ son bisectrices, calcula x.



A) 15° B) 60° C) 30°
D) 50° E) 45°

21. Si $\overline{AE}$ es bisectriz, calcula x.



A) 30° B) 85° C) 45°
D) 55° E) 65°

22. En un triángulo ABC la diferencia de las medidas de los ángulos A y C es 80°. Calcula la medida del ángulo que forman la bisectriz interior y la altura trazada desde el mismo vértice B.

A) 30° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 45°

23. En un triángulo ABC las bisectrices interior del ángulo A y exterior del ángulo C se cortan en P. Si los ángulos ABC y APC son complementarios, halla m∠APC.

A) 30° B) 45° C) 37°
D) 53° E) 60°

24. Se tiene un triángulo isósceles ABC (AB = BC), sobre $\overline{BC}$ y exterior al triángulo se construye el cuadrado BCDE. Halla m∠EAC.

A) 15° B) 10° C) 20
D) 37° E) 45°

25. Dado un triángulo isósceles ABC (AB = BC) en $\overline{BC}$ se ubica el punto D tal que: AD = AC. Halla la medida del ∠ABC.
Si m∠BAD = 15°.

A) 20° B) 40° C) 30°
D) 45° E) 50°

26. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se trazan la altura BH y la bisectriz AE; las cuales se cortan en P. Halla BE si BP = 6.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 3 E) 5

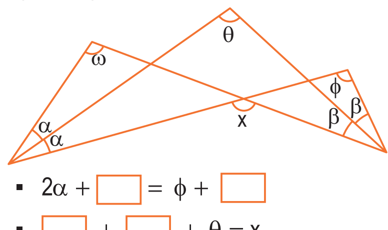
NIVEL 2

Comunicación matemática

27. Marca la alternativa que representa correctamente al circuncentro del siguiente triángulo.

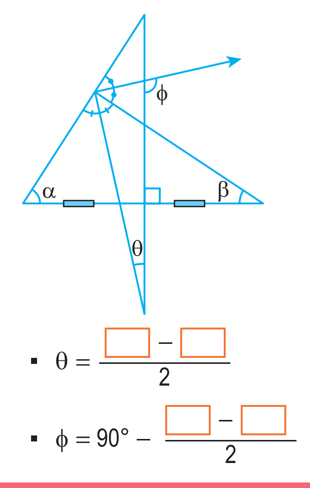
A) A B) C C) G
D) B E) M

28. Completa con los recuadros de la siguiente figura según corresponda.



- $2\alpha + \square = \phi + \square$
- $\square + \square + \theta = x$

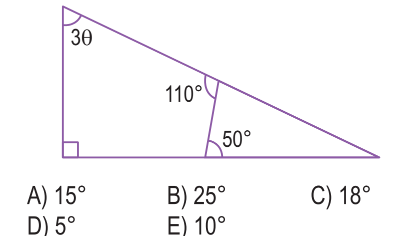
29. Completa los recuadros con los ángulos de la figura según corresponda (α > β).



- $\theta = \dfrac{\square - \square}{2}$
- $\phi = 90° - \dfrac{\square - \square}{2}$

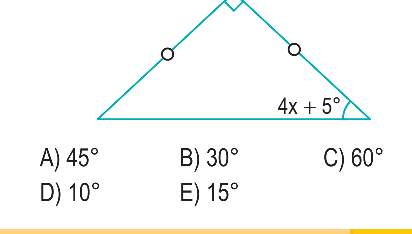
Razonamiento y demostración

30. Calcula θ.



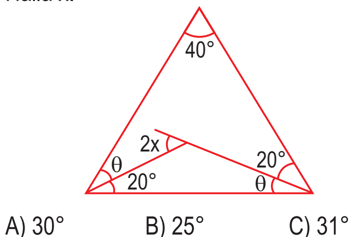
A) 15° B) 25° C) 18°
D) 5° E) 10°

31. Halla x.



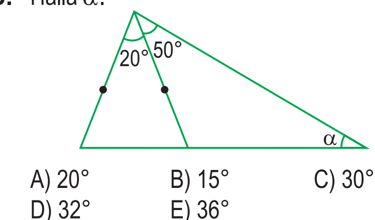
A) 45° B) 30° C) 60°
D) 10° E) 15°

32. Halla x.



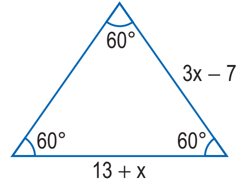
A) 30° B) 25° C) 31°
D) 35° E) 28°

33. Halla α.



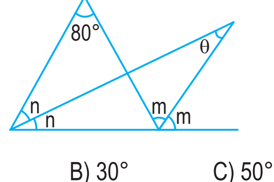
A) 20° B) 15° C) 30°
D) 32° E) 36°

34. Calcula el perímetro del triángulo.



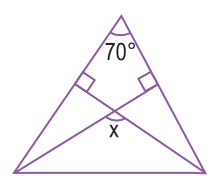
A) 72 B) 70 C) 74
D) 68 E) 69

35. Halla el complemento de θ.



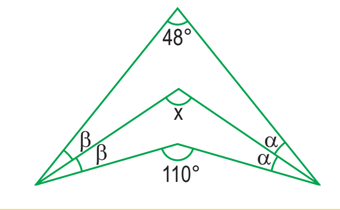
A) 60° B) 30° C) 50°
D) 40° E) 56°

36. Halla x.



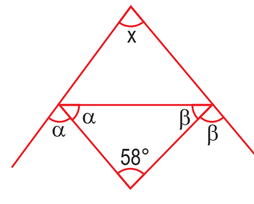
A) 105° B) 120° C) 130°
D) 110° E)100°

37. Halla x.



A) 78° B) 84° C) 86°
D) 88° E) 79°

38. Halla el complemento de x.



A) 24° B) 32° C) 28°
D) 35° E) 26°

Resolución de problemas

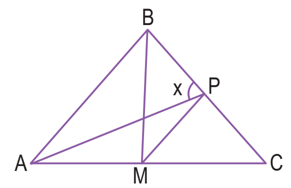
39. Dos lados de un triángulo miden 9 y 12. Calcula el menor y mayor valor entero que puede tomar el tercer lado.

A) 3 y 21 B) 4 y 20
C) 2 y 20 D) 2 y 22
E) 4 y 22

40. Se tiene un triángulo rectángulo ABC (recto en B). Sobre $\overline{BC}$ se ubica el punto P tal que: AP = 12 y PC = 12.
Calcula m∠ACP si m∠BAP = 30º.

A) 30º B) 40º C) 60º
D) 70º E) 85º

41. Si $\overline{BM}$ es mediana y el △MPC es un triángulo equilátero. Calcula x.



A) 90° B) 75° C) 105°
D) 115° E) 120°

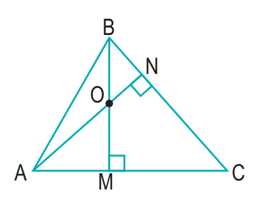
42. En el lado AC de un triángulo ABC se ubica el punto E, de modo que:
AB = AE = EC. Calcula la m∠C, si m∠BAC = 60°.

A) 24° B) 25° C) 30°
D) 36° E) 40°

43. En un triángulo ABC (obtuso en B) se tiene que AB = 6 y BC = 8. Calcula la suma de las longitudes de todos los posibles valores enteros que toma $\overline{AC}$.

A) 33 B) 34 C) 35
D) 36 E) 37

44. Si el △ABC es equilátero y OM = 2, calcula ON.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

45. Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en B. Se traza la altura BH y la bisectriz del ángulo HBC, que corta a $\overline{AC}$ en P. Si: AB = 7 y PC = 2, calcula AC.

A) 13 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

46. Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en B. $\overline{BH}$ es altura y $\overline{AD}$ es bisectriz, ambas se intersecan en E.
Si: EH = 3 y BD = 5, calcula BH.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

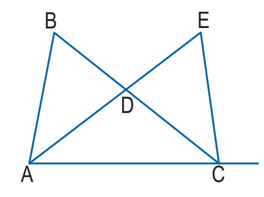
NIVEL 3

Comunicación matemática

47. ¿Cuánto mide el ángulo formado por las bisectrices interiores de dos ángulos de un triángulo equilátero?

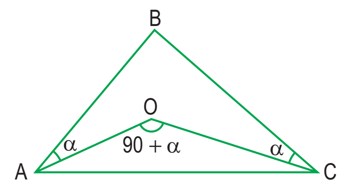
A) 90° B) 100° C) 110°
D) 120° E) 130°

48. En la figura, m∠ABC = m∠ACE y DC = EC. ¿Qué línea notable es $\overline{AD}$ para el triángulo ABC?



A) Bisectriz interior B) Bisectriz exterior
C) Mediatriz interior D) Mediatriz exterior
E) Faltan datos

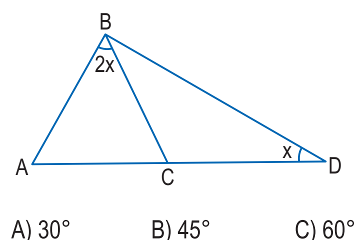
49. ¿Qué punto notable es O para el triángulo ABC?



A) Incentro B) Ortocentro
C) Baricentro D) Circuncentro
E) Cevacentro

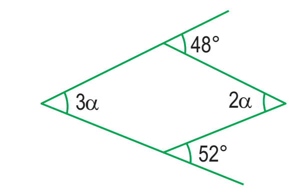
Razonamiento y demostración

50. Calcula x, si: AB = BC = CD.



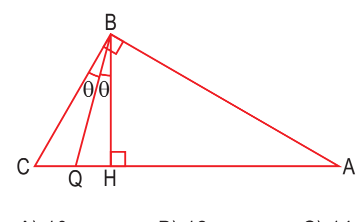
A) 30° B) 45° C) 60°
D) 37° E) 20°

51. Calcula α.



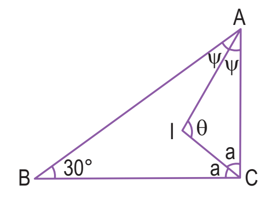
A) 18° B) 20° C) 30°
D) 10° E) 15°

52. Si AB = 8 y QC = 4, calcula AC.



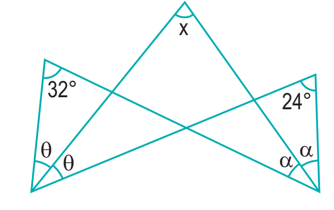
A) 10 B) 12 C) 14
D) 15 E) 16

53. Del gráfico, calcula θ.



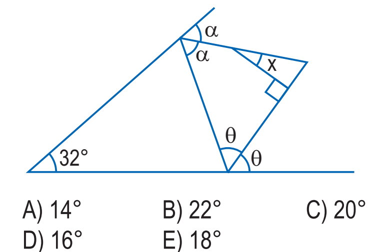
A) 100° B) 105° C) 90°
D) 95° E) 89°

54. Calcula x.



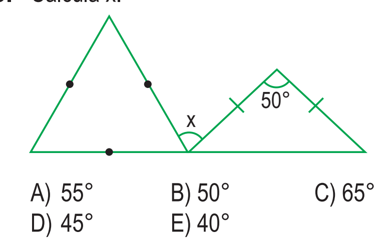
A) 26° B) 28° C) 30°
D) 32° E) 34°

55. Calcula x.



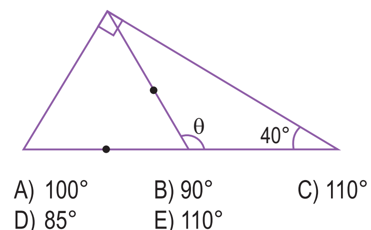
A) 14° B) 22° C) 20°
D) 16° E) 18°

56. Calcula x.



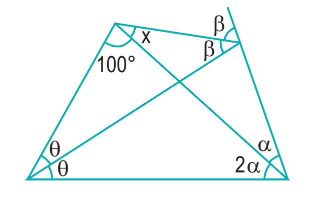
A) 55° B) 50° C) 65°
D) 45° E) 40°

57. Halla θ.



A) 100° B) 90° C) 110°
D) 85° E) 110°

58. Calcula x.



A) 18° B) 60° C) 30°
D) 20° E) 40°

Resolución de problemas

59. En un triángulo dos de sus lados suman 28. Calcula el mayor valor entero que puede tomar la altura relativa al tercer lado.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

60. En un triángulo ABC, calcula la medida del ángulo que forman las bisectrices exteriores de A y C si se cumple que: $m\angle A + 2m\angle B + m\angle C = 236°$

A) 62° B) 56° C) 28°
D) 31° E) 74°

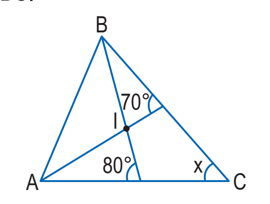
61. Se tiene un triángulo ABC, se traza la mediana BM, tal que: AM = MC = BM. Calcula la $m\angle ABC$.

A) 60° B) 90° C) 75°
D) 120° E) 100°

62. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, la bisectriz del ángulo exterior en A interseca a la prolongación de la altura BH en P y a la prolongación de $\overline{CB}$ en Q. Si BH = 4 y HP = 7, calcula BQ.

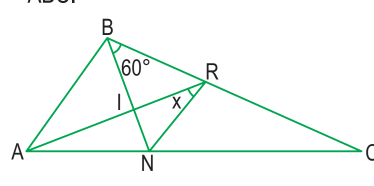
A) 5 B) 8 C) 10
D) 11 E) 12

63. Del gráfico, calcula x si I es el incentro del $\triangle$ABC.

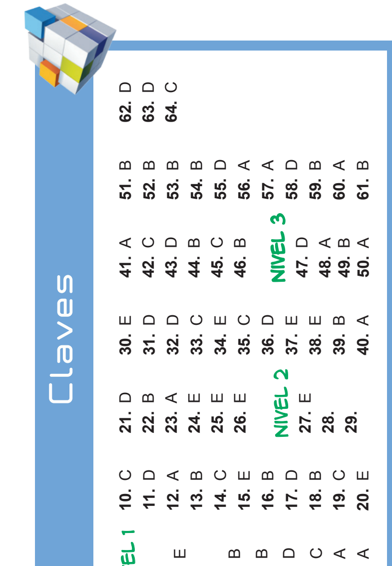


A) 25° B) 15° C) 30°
D) 40° E) 18°

64. Calcula x, si I es el incentro del triángulo ABC.



A) 15° B) 20° C) 30°
D) 35° E) 45°

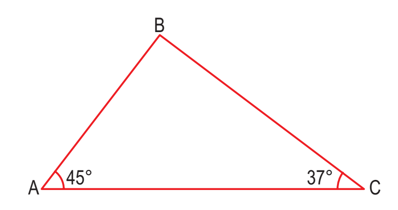


Aplicamos lo aprendido



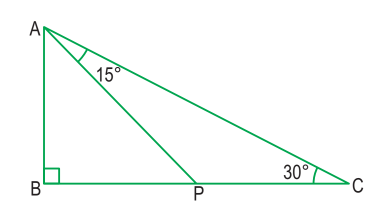
TEMA 4: TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

1 Si BC = 10, halla AC.



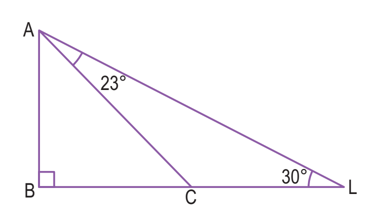
A) 20 B) 17 C) 19
D) 16 E) 14

2 Halla AC, si AP = $4\sqrt{2}$



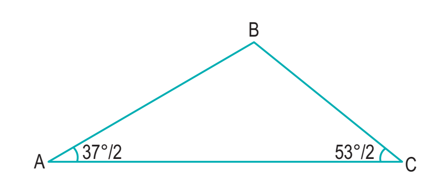
A) 9 B) 8 C) 7
D) 10 E) 12

3 Si el perímetro del ⊿ABC es 24, halla AL.



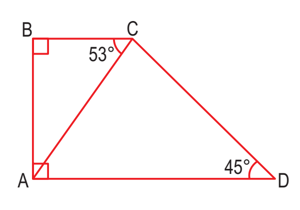
A) 16 B) 17 C) 19
D) 21 E) 22

4 Halla BC, si AC = 20.



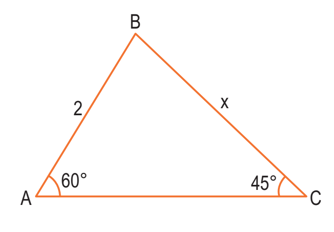
A) $4\sqrt{5}$ B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{2}$

5 Si BC = 6, halla AD.



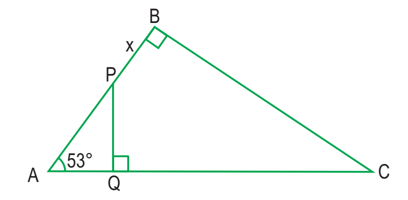
A) 11 B) 14 C) 16
D) 10 E) 7

6 Halla x.



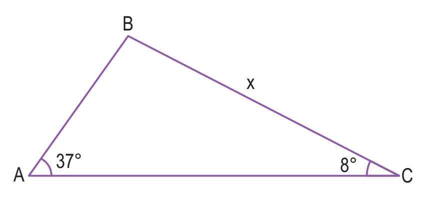
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{6}$

7 Halla x, si AP = 10 y QC = 14.



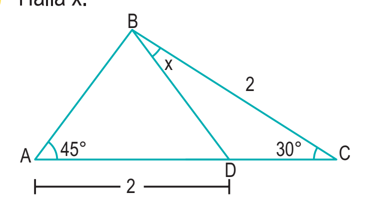
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8 Halla x, si AC + AB = 12.



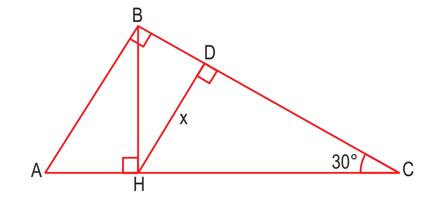
A) $\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{2}$ E) $7\sqrt{2}$

9 Halla x.



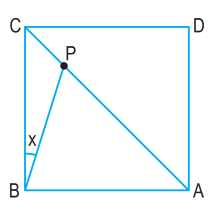
A) 16° B) 23° C) 20°
D) 18° E) 15°

10 Halla x, si AC = 24.



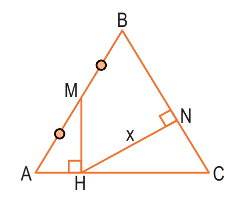
A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 7

11 En el cuadrado ABCD, AP = 7PC, calcula x



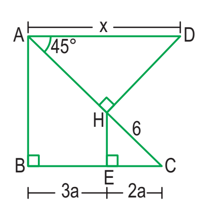
A) 50° B) 17° C) 16°
D) 30° E) 8°

12 Halla x, si Δ ABC es un triángulo equilátero cuyo lado mide 16.



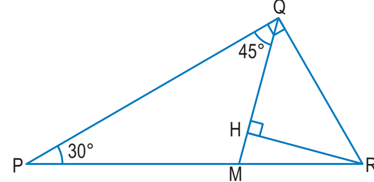
A) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

13 Calcula x, si $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$.



A) $8\sqrt{2}$ B) $18\sqrt{2}$ C) $\frac{9}{2}\sqrt{2}$
D) $9\sqrt{2}$ E) 18

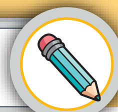
14 Calcula QH si PR = 20.



A) $6\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{2}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

Claves

1. E	3. A	5. B	7. B	9. E	11. E	13. D
2. B	4. A	6. B	8. D	10. B	12. B	14. C

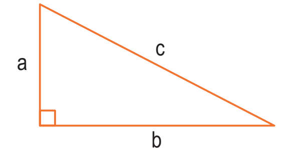


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

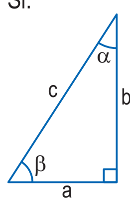
1. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. cateto y base ( ) a
II. cateto y altura ( ) c
III. hipotenusa ( ) b

2. Indica V(verdadero) o F(falso) según corresponda.

Si:



I. $c < a + b$ ( )
II. $a < c$ ( )
III. $\beta < \alpha \Rightarrow a > b$ ( )
IV. $c^2 = a^2 + b^2$ ( )

3. Coloca V(verdadero) o F(falso) según corresponda.

I. El cateto opuesto al ángulo de 30° en un triángulo rectángulo es la mitad de su hipotenusa. ( )

II. La diagonal de un cuadrado es igual a cualquiera de sus lados multiplicada por $\sqrt{3}$. ( )

III. El cateto adyacente al ángulo de 53°/2 es el doble del cateto que se opone a dicho ángulo. ( )

Razonamiento y demostración

4. Halla x.

A) 3
B) 2
C) 1
D) 4
E) 6

4x; $24\sqrt{2}$; 4x

5. Halla x.

A) 4
B) 3
C) 6
D) 12
E) 2

8x; $32\sqrt{3}$; 30°

6. Halla x.

A) 6
B) 12
C) 4
D) 4
E) 8

60°; x; $8\sqrt{3}$

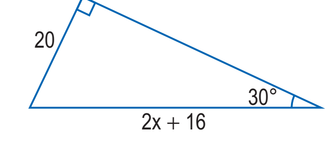
7. Halla x.

A) 5
B) 6
C) 8
D) 10
E) 4

2x – 6; $2\sqrt{3}$; 60°

8. Halla x.

A) 10
B) 18
C) 16
D) 14
E) 12



9. Halla x.

A) $4\sqrt{3}$
B) $8\sqrt{3}$
C) $8\sqrt{2}$
D) 16
E) $4\sqrt{6}$

x; $8\sqrt{6}$; 30°

10. Halla x.

A) 3
B) 5
C) 2
D) 1
E) 4

2α; 12; x + 2; α

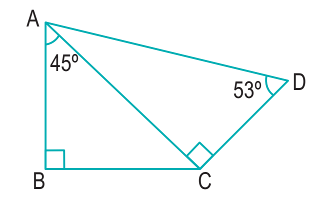
11. En la figura BC = 4 m, calcula AC.

A) 6 m
B) 8 m
C) 10 m
D) 12 m
E) 9 m

B; A; 53°/2; C

12. En el gráfico, BC = 4 m. Calcula AD.

A) $5\sqrt{2}$ m
B) $9\sqrt{2}$ m
C) $8\sqrt{2}$ m
D) $7\sqrt{2}$ m
E) $6\sqrt{2}$ m



Resolución de problemas

13. Si M es punto medio de $\overline{BH}$ y AC = 24, calcula HE.

A) $2\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{3}$
C) $3\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{2}$
E) $3\sqrt{6}$

B; M; E; A; 75°; 45°; H; C

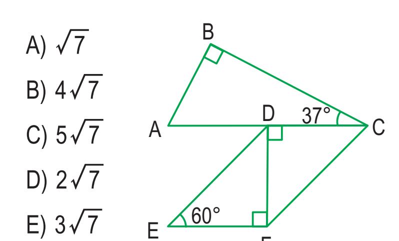
14. Del gráfico, calcula MN, si $MR = 4\sqrt{2}$; RS = 2 y NS = 5. (MNSR es un trapecio).

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11

M; N; 45°; 53°; R; S

15. De la figura mostrada, calcula FC, si BC = 16 y AD = DC = ED.

A) $\sqrt{7}$
B) $4\sqrt{7}$
C) $5\sqrt{7}$
D) $2\sqrt{7}$
E) $3\sqrt{7}$



16. En un triángulo ABC, m∠BAC = 90°. Si se traza la bisectriz interior BD y DC = 2AD, calcula m∠BCA.

A) 53° B) 37° C) 37°/2 D) 30° E) 45°/2

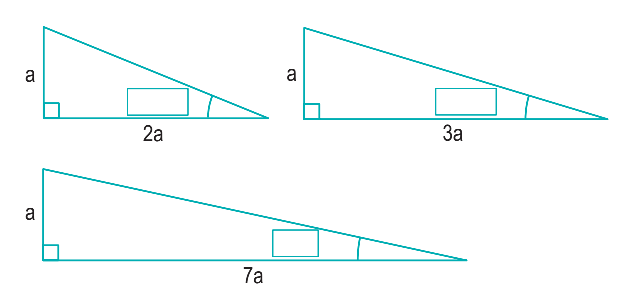
17. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la bisectriz interior CM y $\overline{MN}$ paralelo a $\overline{AC}$ (N ∈ $\overline{BC}$). Si AM = MN, calcula m∠BAC.

A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

NIVEL 2

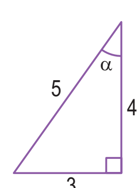
Comunicación matemática

18. Completa los recuadros con los valores correspondientes:



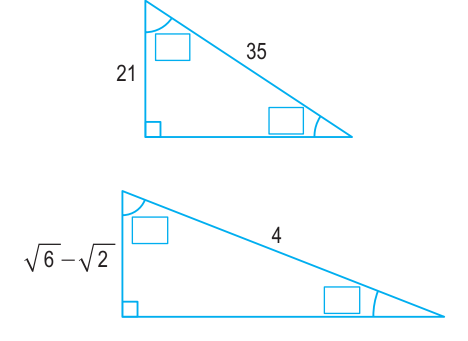
19. Marca la alternativa correcta.

Si:



A) α = 53°
B) α = 36,871...°
C) α = 37°
D) α = 53,121...°
E) α = 30°

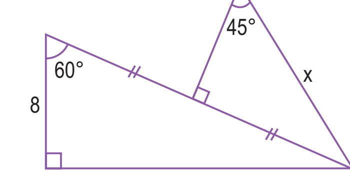
20. Completa los recuadros con los valores correspondientes:



Razonamiento y demostración

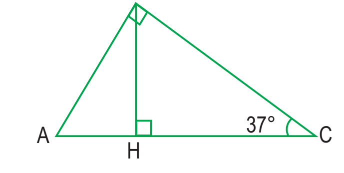
21. Halla x.

A) $4\sqrt{2}$
B) $6\sqrt{2}$
C) $8\sqrt{2}$
D) 8
E) 10



22. En la figura, ED = 36 m. Calcula BC.

A) 5 m
B) 8 m
C) 10 m
D) 11 m
E) 12 m

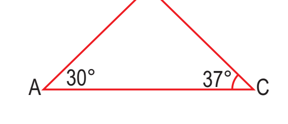


23. Del gráfico se sabe que AH = 9 m. Calcula HC.

A) 15 m
B) 16 m
C) 14 m
D) 12 m
E) 10 m

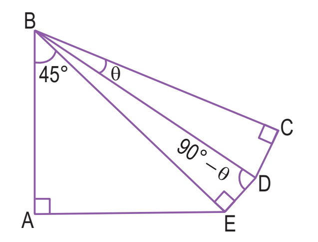
24. En la figura BC = 5 m. Calcula AB.

A) 6 m
B) 7 m
C) 8 m
D) 9 m
E) 10 m



25. En la figura, calcula AE. Si BC = 16 m.

A) $8\sqrt{2}$ m
B) $4\sqrt{2}$ m
C) $10\sqrt{2}$ m
D) $6\sqrt{2}$ m
E) 8 m



Resolución de problemas

26. Calcula el perímetro del triángulo DBA, si DC = 32.

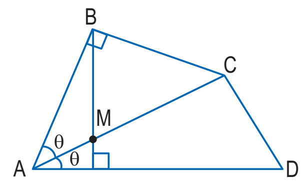
A) 40
B) 44
C) 45
D) 48
E) 46

27. En un triángulo ABC, m∠B = 60°; AB = 8 m y BC = 15 m. Calcula la longitud de $\overline{AC}$.

A) 14 m B) 10 m C) 15 m D) 13 m E) $13\sqrt{2}$ m

28. En la figura CD = 2(BM). Calcula m∠ADC.

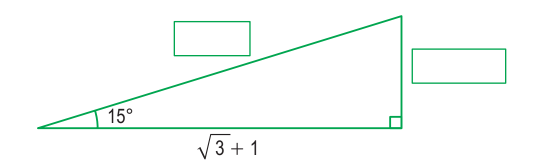
A) 10°
B) 20°
C) 30°
D) 40°
E) 60°



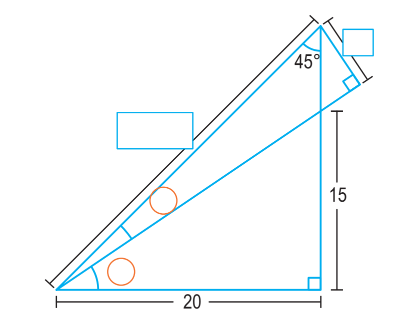
NIVEL 3

Comunicación matemática

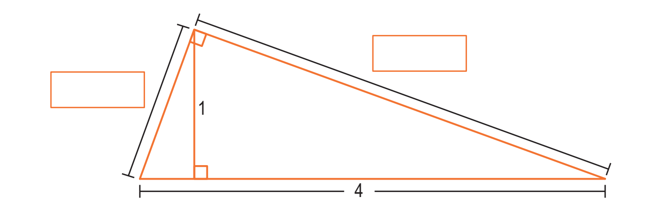
29. Completa los recuadros según el gráfico.



30. Completa los recuadros y los círculos:



31. Completa los cuadriláteros en blanco.

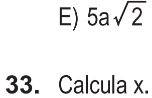


Razonamiento y demostración

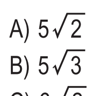
32. Calcula x.

A) 7a
B) 2a
C) 3a
D) 4a
E) $5a\sqrt{2}$

x
$a\sqrt{5}$
a
a
a
a



33. Calcula x.

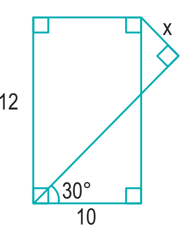


A) $5\sqrt{2}$
B) $5\sqrt{3}$
C) $6\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{3}$
E) $8\sqrt{2}$

$2\sqrt{3}$
30°
$2\sqrt{3}$
45°
x

34. Calcula x.

A) $6\sqrt{3}-3$
B) $6\sqrt{3}-5$
C) $4\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{2}-4$
E) $6\sqrt{3}$



35. En la figura, halla BC, si: AC = 10.

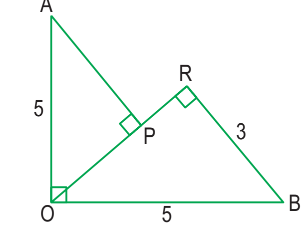
A) $2\sqrt{2}$
B) $4\sqrt{2}$
C) $6\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{2}$
E) 5

B
A
37°
8°
C



36. Halla PR.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 5
E) 4



Resolución de problemas

37. En un triángulo ABC: AC = 5 m, AB = 1 m y m∠BAC = 37°. Calcula m∠ACB.

A) 8° B) 9° C) 10° D) 12° E) 16°

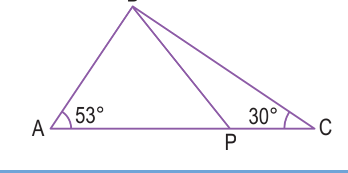
38. En un triángulo ABC, m∠B = 90°, m∠C = 45°. Se traza la ceviana CD, luego se traza $\overline{BF}$ perpendicular a $\overline{CD}$, si BF = 2 m y m∠BCD = 15°. Calcula AD.

A) $8\sqrt{2}$ m B) $10\sqrt{2}$ m C) $4\sqrt{2}$ m
D) $5\sqrt{2}$ m E) $6\sqrt{2}$ m

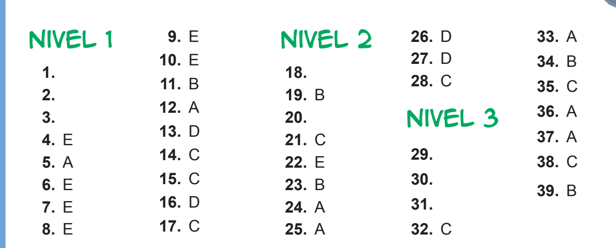
39. De la figura, se cumple que: 3(BC) = 4(AP). Calcula la m∠PBC.



A) 22°
B) 23°
C) 24°
D) 26°
E) 28°



Claves



NIVEL 1
1.
2.
3.
4. E
5. A
6. E
7. E
8. E
9. E
10. E
11. B
12. A
13. D
14. C
15. C
16. D
17. C

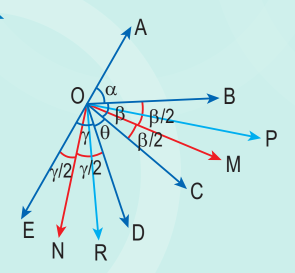
NIVEL 2
18.
19. B
20.
21. C
22. E
23. B
24. A
25. A
26. D
27. D
28. C

NIVEL 3
29.
30.
31.
32. C
33. A
34. B
35. C
36. A
37. A
38. C
39. B

MARATÓN Matemática

Se tienen los ángulos consecutivos AOB; BOC; COD y DOE, tal que A; O y E son colineales. Si m∠BOE = m∠AOB + m∠COD y la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos BOC y DOE es 60°, calcula el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos formados con la bisectriz del ∠BOC y $\overleftrightarrow{OB}$, y con la bisectriz del ∠DOE y $\overleftrightarrow{OA}$.

Resolución:



Graficando:

m∠AOB = α $\overrightarrow{OM}$: bisectriz del ∠BOC.

m∠BOC = β $\overrightarrow{ON}$: bisectriz del ∠DOE.

m∠COD = θ $\overrightarrow{OP}$: bisectriz del ángulo formado por la bisectriz del ∠EOD con $\overrightarrow{OA}$.

m∠DOE = γ $\overrightarrow{OR}$: bisectriz del ángulo formado por la bisectriz ∠BOC con $\overrightarrow{OE}$.

Por dato:

- A; O; E son colineales $\Rightarrow \alpha + \beta + \theta + \gamma = 180°$ ... (I)
- m∠BOE = m∠AOB + m∠COD $\Rightarrow \beta + \theta + \gamma = \alpha + \theta$

$\beta + \gamma = \alpha$ ... (II)

De (II) en (I): $2\alpha + \theta = 180°$ ... (III)

De las bisectrices:

$m\angle BOM = m\angle MOC = \dfrac{m\angle BOC}{2} = \dfrac{\beta}{2}$

$m\angle DON = m\angle EON = \dfrac{m\angle EOD}{2} = \dfrac{\gamma}{2}$

$\Rightarrow m\angle MON = \dfrac{\beta}{2} + \theta + \dfrac{\gamma}{2} = 60°$ ... (IV)

De (II) en (IV): $\alpha + 2\theta = 120°$ ... (V)

De (III) y (V) se deduce: $\alpha = 80°$ y $\theta = 20°$

Nos piden m∠POR:

- $m\angle AOP = m\angle PON = \dfrac{m\angle AON}{2} = \dfrac{\alpha + \beta + \theta + \frac{\gamma}{2}}{2}$
- $m\angle EOR = m\angle ROM = \dfrac{m\angle EOM}{2} = \dfrac{\gamma + \theta + \frac{\beta}{2}}{2}$

$\Rightarrow m\angle POR = 180° - m\angle AOP - m\angle EOR$

$$m\angle POR = 180° - \frac{\alpha + \beta + \theta + \frac{\gamma}{2}}{2} - \frac{\gamma + \theta + \frac{\beta}{2}}{2}$$

$$m\angle POR = 180° - \frac{2\theta + \alpha + \frac{3\beta}{2} + \frac{3\gamma}{2}}{2} \quad \text{... (VI)}$$

De (II) en (VI):

$$\Rightarrow m\angle POR = 180° - \frac{\theta + \alpha + \frac{3}{2}(\beta + \gamma)}{2}$$

$$= 180° - \frac{2\theta + \alpha + \frac{3}{2}\alpha}{2} = 180° - \left(\theta + \frac{5}{4}\alpha\right)$$

∴ Si $\alpha = 80°$ y $\theta = 20°$

$$\Rightarrow m\angle POR = 180° - \left(20° + \frac{5}{4}(80°)\right) = 60°$$

1. Se tiene un segmento AB de longitud "n", de este segmento se obtienen infinitos segmentos de la siguiente manera: el primero mide "a" unidades, el segundo mide la tercera parte del primero, el tercero mide la tercera parte del segundo, el cuarto es de longitud igual a la tercera parte del tercero, y así sucesivamente. Halla la enésima parte de la suma de los segmentos de orden par.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

2. En una recta se ubican los puntos consecutivos A; B; C; D y E, de modo que AB; BC; CD y ED están en progresión geométrica. Si AE = 6, calcula:

$$\frac{(AC)(AB + CD)}{AB}$$

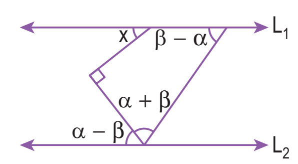
A) 4   B) 6   C) 8   D) 10   E) 12

3. El suplemento de la diferencia entre el suplemento y el complemento del suplemento de un ángulo es igual al complemento de la diferencia entre el complemento del complemento y suplemento del mismo ángulo. Calcula el complemento de la mitad del ángulo.

A) 75°   C) 65°   C) 55°   D) 45°   E) 35°

4. Si $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2}$ y α toma su mínimo valor entero.

Calcula x.



A) 46°   B) 86°   C) 67°   D) 88°   E) 41°

5. En un triángulo rectángulo la mediana relativa a un cateto de longitud "a" se interseca perpendicularmente con la mediana relativa a la hipotenusa. Entonces la longitud del otro cateto es:

A) $\frac{a}{2}\sqrt{2}$ B) $\frac{a}{4}$ C) $\frac{a}{4}\sqrt{2}$ D) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ E) a

6. Los lados de un triángulo miden, $\sqrt{2}$ u; $\sqrt{6}$ u y $\sqrt{8}$ u. Halla la longitud de la menor altura.

A) $\sqrt{8}$ u   B) $\sqrt{6}$ u   C) $\sqrt{2}$ u   D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ u   E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ u

7. En un triángulo equilátero ABC, se ubica el punto D exterior al segmento AC. Si m∠ADC > 90° y AD = 7 y CD = 24. Halla el menor semiperímetro entero del triángulo ABC.

A) 52°   B) 48°   C) 38°   D) 27°   E) 42°



Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 2
Geometría
Geometría

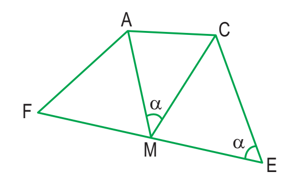


Aplicamos lo aprendido



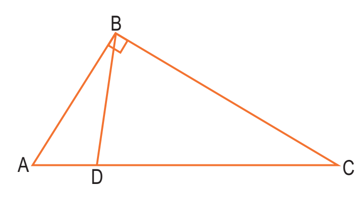
TEMA 1: CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1 Del gráfico, AM = MC, MF = EC.
Calcula $\frac{AF}{EM}$.



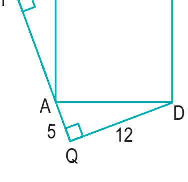
A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 4
D) $\frac{1}{3}$ E) 3

2 Calcula x, si AD = DE y AB = EC.



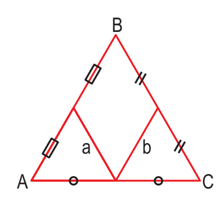
A) 40º B) 45º C) 70º
D) 35º E) 30º

3 Calcula AC, si BD = 6; m∠DBA = 6º y m∠BCA = 32º.



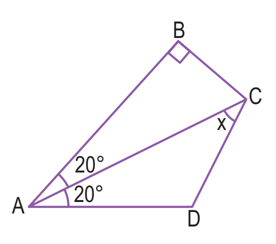
A) 12 B) 14 C) 16
D) 10 E) 20

4 Si ABCD es un cuadrado, calcula su perímetro.



A) 52 B) 82 C) 85
D) 67 E) 58

5 Calcula (a + b), si BC = 12 y AB = 10.

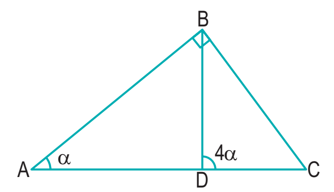


A) 17 B) 15 C) 13
D) 10 E) 11

6 Si CD = 2BC, calcula x.

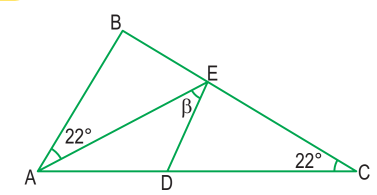
A) 20° B) 10° C) 25°
D) 15° E) 30°

7 Si AD = 11 y DC = 3, calcula BD.



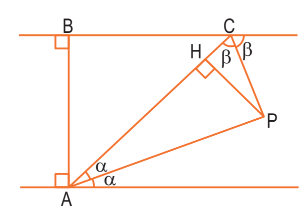
A) 7 B) 4 C) 5
D) 8 E) 6

8 Si: AB = EC y AE = DC, calcula β.



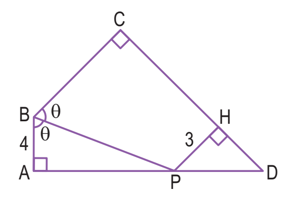
A) 11° B) 18° C) 22°
D) 25° E) 28°

9 Del gráfico, calcula AB, si PH = 7.



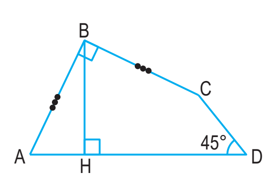
A) 12 B) 14 C) 16
D) 15 E) 18

10 Del gráfico mostrado, calcula BC.



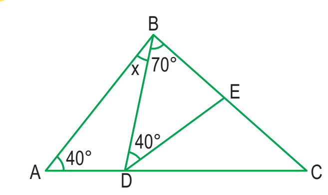
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

11 Halla AD, si: BH = 10 y AH = 5.



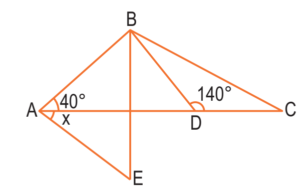
A) 14 B) 15 C) 16
D) 18 E) 20

12 Del gráfico mostrado, calcula x, si AB = CD.



A) 20° B) 40° C) 35°
D) 30° E) 25°

13 En la figura mostrada, calcula x, si BC = BE y AE = DC.



A) 120° B) 100° C) 80°
D) 90° E) 60°

14 Calcula el valor de x, si MN = QP y MQ = OP.

A) 70° B) 60° C) 50°
D) 80° E) 55°

Claves

1. A	3. A	5. E	7. B	9. B	11. E	13. B
2. A	4. A	6. B	8. C	10. C	12. D	14. E

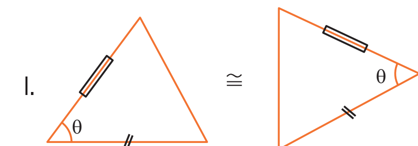
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

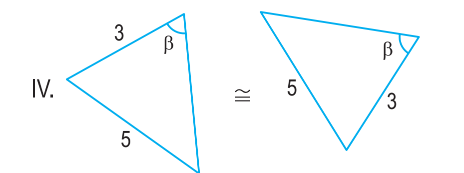
1. Relaciona las figuras con los criterios de congruencia.

I. 

( ) ALA

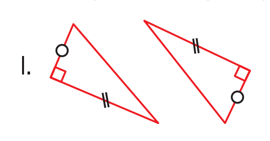
II. ≅ ( ) LAL

III. ≅ ( ) LLA

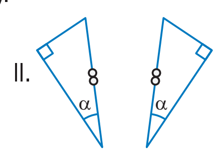
IV. 

( ) LLL

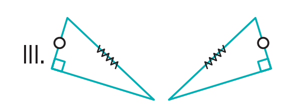
2. Completa los espacios en blanco con los criterios de congruencia de triángulos rectángulos (LL y LA).

I. 

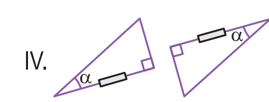
____

II. 

____

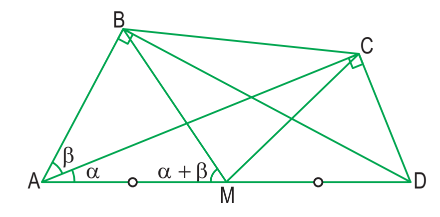
III. 

____

IV. 

____

3. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda:



I. BM > MD ( )

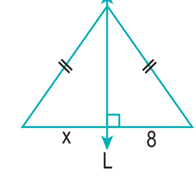
II. AB = CM ( )

III. ∠CBM ≅ ∠BCM ( )

Razonamiento y demostración

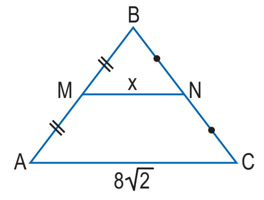
4. Halla x ($\overleftrightarrow{L}$: mediatriz)

A) 4
B) 3
C) 5
D) 8
E) 9

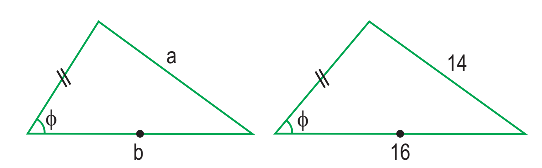


5. Halla x.

A) 6
B) $4\sqrt{2}$
C) $5\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{2}$
E) $8\sqrt{2}$



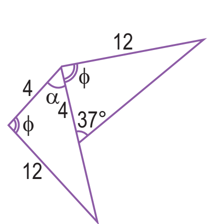
6. Halla (a + b) en:



A) 18 B) 32 C) 30
D) 34 E) 29

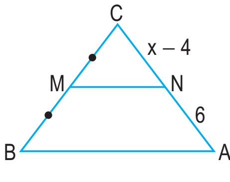
7. Halla α.

A) 53°
B) 43°
C) 37°
D) 40°
E) 30°



8. Halla x. (Si: $\overline{MN}$ // $\overline{AB}$).

A) 2
B) 10
C) 8
D) 9
E) 12



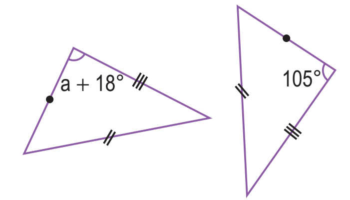
9. Halla x.

A) 10
B) 8
C) 9
D) 12
E) 7

10. Halla x.

A) 8
B) 3
C) 6
D) 4
E) 7

11. Halla a.



A) 87° B) 86° C) 91°
D) 93° E) 95°

Resolución de problemas

12. Si los lados de un triángulo miden 8; 10 y 12, calcula el perímetro del triángulo cuyos vértices son los puntos medios de sus lados.

A) 12 B) 15 C) 16
D) 3 E) 9

13. El ángulo exterior en B de un triángulo ABC mide 50°, las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ intersecan a $\overline{AC}$ en E y F, respectivamente (E está en $\overline{AF}$). Calcula la m∠EBF.

A) 40° B) 45° C) 80°
D) 70° E) 55°

14. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, la bisectriz exterior trazada del vértice A interseca a la altura BM en el punto E. Si dicho punto dista 3 unidades de $\overline{BC}$ y 4 unidades de $\overline{AC}$, calcula BE.

A) 3 u B) 4 u C) 5 u
D) 6 u E) 7 u

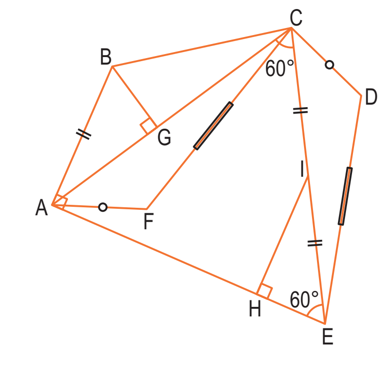
15. En un triángulo ABC, se traza la mediana BM, luego se traza $\overline{AH}$ perpendicular a $\overline{BM}$. Calcula HC, si AH = 16 y HM = 15.

A) 34 B) 30 C) 24
D) 32 E) 38

NIVEL 2

Comunicación matemática

16. Completa los recuadros en blanco con las notaciones de los triángulos que corresponden.



⇒ ☐ ≅ ΔACF y ΔIHE ≅ ☐

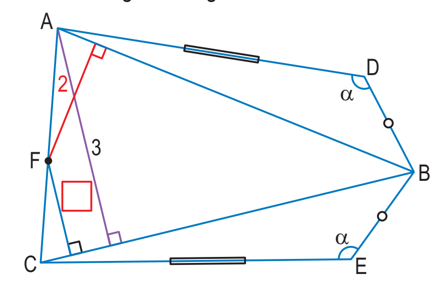
17. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda:

I. Caso **ALA**: es cuando dos ángulos y el lado común a ellos se repite en ambos triángulos. ( )

II. Caso **LLL**: es cuando los tres lados se repiten en ambos triángulos. ( )

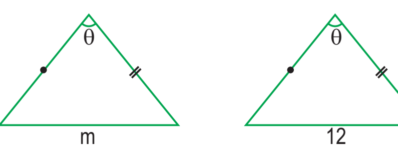
III. Caso **LLA**: es cuando dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos se repite en ambos triángulos. ( )

18. Completa el recuadro en blanco de acuerdo a los valores presentes en la siguiente figura:



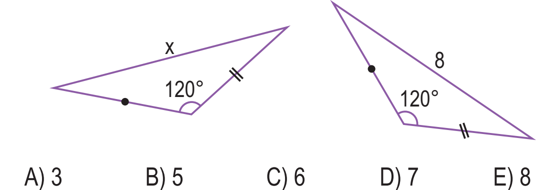
Razonamiento y demostración

19. Halla (2m – 5) en la figura:



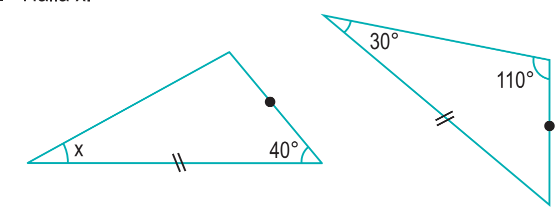
A) 18 B) 17 C) 21 D) 23 E) 19

20. Halla $\sqrt{3x+1}$, si:



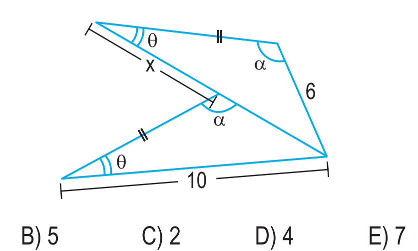
A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

21. Halla x.



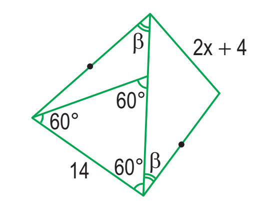
A) 40° B) 110° C) 50° D) 30° E) 32°

22. Halla x.



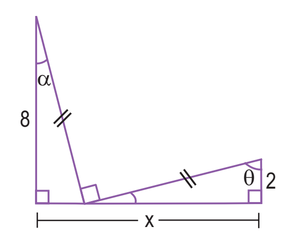
A) 3 B) 5 C) 2 D) 4 E) 7

23. Halla x.



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

24. Halla x.



A) 12 B) 14 C) 10 D) 13 E) 9

Resolución de problemas

25. Sea O el punto en el cual concurren las mediatrices referentes a los lados de un triángulo acutángulo ABC. Si la m∠ABC = 40°, calcula m∠AOC.

A) 70° B) 80° C) 90°
D) 85° E) 75°

26. En un triángulo ABC, se traza la mediana BM y la altura BH, tal que m∠ABH = m∠HBM = m∠MBC. Calcula la m∠C.

A) 22,5° B) 15° C) 30°
D) 45° E) 75°

27. En un triángulo rectángulo BAC (recto en A), se traza la ceviana interior BM tal que m∠ABM = m∠BCA y BC = 2(BM). Calcula la m∠BCA.

A) 37°/2 B) 53°/2 C) 30°
D) 37° E) 53°

28. En un triángulo escaleno ABC, se traza la mediana CM, luego en el triángulo BMC se traza la mediana BN, tal que BN = 9. Sea F un punto de $\overline{AC}$, tal que $\overline{MF}$ // $\overline{BN}$, calcula MF.

A) 6 B) 4 C) 8
D) 10 E) 9

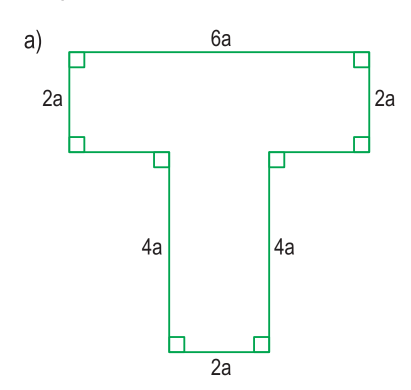
NIVEL 3

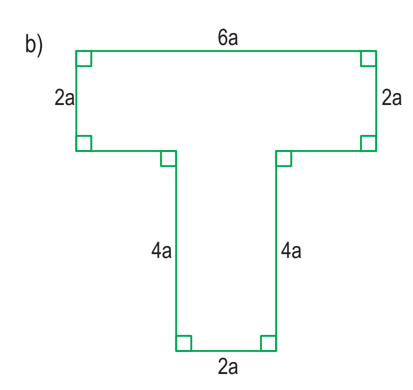
Comunicación matemática

29. El mayor lado de un triángulo rectángulo mide 12. Calcula la medida de la menor mediana.

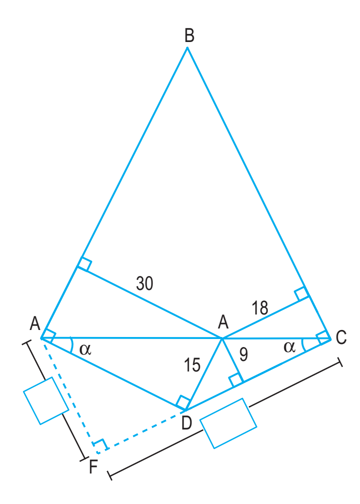
A) 4 B) 5 C) 6
D) 3 E) 9

30. Divide la siguiente figura en 5 y luego en 4 figuras congruentes de igual superficie.





31. Completa los recuadros teniendo en cuenta los valores presentes en el siguiente gráfico.



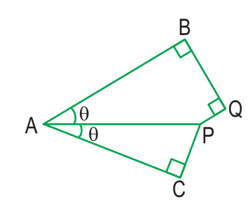
Razonamiento y demostración

32. Calcula BC, si AB = $8\sqrt{2}$.

A) 12
B) 16
C) 20
D) 24
E) 28

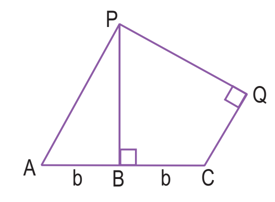
B
A 45° 30° C

33. Calcula PQ, si AC = 6 y AB = 8.



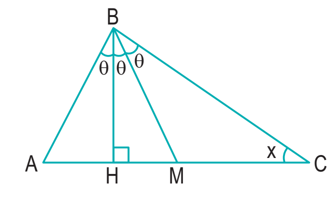
A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

34. Si AP = 2(QC) = 4, calcula PQ.



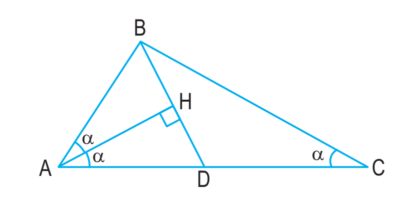
A) 2 B) 4 C) $4\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

35. Calcula x, si AM = MC.



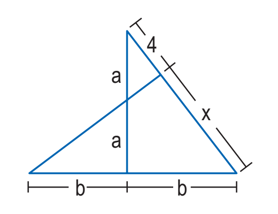
A) 45° B) 60° C) 15°
D) 30° E) 24°

36. Calcula AH, si BC = 24.



A) 10 B) 11 C) 12
D) 24 E) 18

37. Calcula x.



A) 5 B) 8 C) 4
D) 6 E) 12

Resolución de problemas

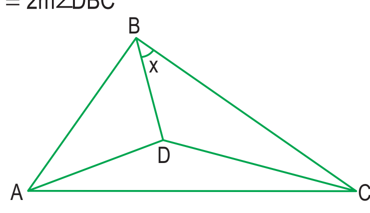
38. Dado un triángulo isósceles ABC (AB = BC). Sea P un punto que pertenece a $\overline{AC}$ tal que m∠PBC = 90° y PC = 2(AP), calcula la m∠C.

A) 30° B) 26,5° C) 45°
D) 10° E) 7°

39. En un triángulo ABC: m∠B = 2m∠A; se traza $\overline{CH}$ perpendicular a la bisectriz interior del ∠B.
Si BH = 3, calcula AC.

A) 6 B) 3 C) 4
D) 5 E) 4,5

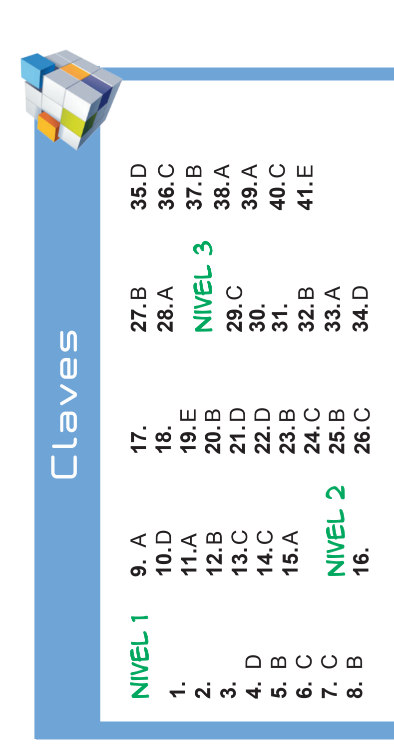
40. En la figura: AB = AC; AD = DC. Calcula x, si:
m∠BAC = 2m∠DBC



A) 20° B) 25° C) 30°
D) 37° E) 45°

41. En un triángulo ABC se traza la mediana BM tal que m∠MBC = x, m∠ABM = 2x. Si BC = 2BM calcula el valor de x.

A) 18° B) 22,5° C) 25°
D) 30° E) 36°






Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: POLÍGONOS

1 Calcula el número de lados de un polígono regular, tal que si tuviera seis lados menos, la medida de su ángulo externo aumentaría en 80°.

A) 9 B) 43 C) 18
D) 23 E) 7

2 Determina el número de lados de un polígono regular cuyo ángulo interior mide el triple de lo que mide su ángulo exterior.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

3 Las medidas del ángulo interno y externo de un polígono regular están en la relación de 13 a 2, respectivamente. Calcula el número de diagonales.

A) 90 B) 98 C) 100
D) 96 E) 83

4 ¿Cuántos lados tiene el polígono convexo cuya diferencia entre su número de diagonales y su número de lados es 88?

A) 15 B) 16 C) 18
D) 13 E) 24

5 En un polígono regular, su ángulo exterior disminuye en 10° al aumentar en 3 su número de lados. Calcula la medida del ángulo central de dicho polígono.

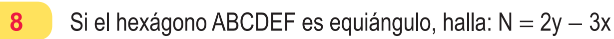
A) 30° B) 45° C) 40°
D) 36° E) 24°

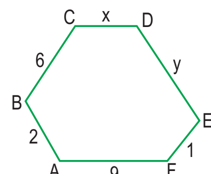
6 Si el número de lados de un polígono aumenta en 2, su número de diagonales aumenta en 13. Halla su número de lados.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 10

7 En un polígono convexo, su número de diagonales es igual a (x + 6) y su número de diagonales medias es (x + 18). Calcula su número de lados.

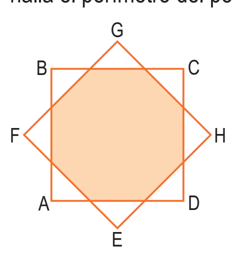
A) 6 B) 12 C) 18
D) 20 E) 24

8 
Si el hexágono ABCDEF es equiángulo, halla: N = 2y − 3x



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9 En la figura ABCD y EFGH son cuadrados. Si AD = $2 + 2\sqrt{2}$, halla el perímetro del polígono regular sombreado.



A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

10 En un polígono regular se cumple que la suma de un ángulo central, un ángulo exterior y un ángulo interior es 210°. Calcula el número total de diagonales.

A) 48 B) 57 C) 50
D) 54 E) 56

11 Los ángulos internos de un pentágono convexo, tienen por medidas números consecutivos expresados en grados sexagesimales. Halla la medida del menor ángulo.

A) 108° B) 105° C) 106°
D) 107° E) 109°

12 Las medidas de un ángulo central y un ángulo interior, de un polígono regular, son entre sí, como 1 es a 19. Halla el número de diagonales que se pueden trazar de un solo vértice.

A) 6 B) 37 C) 40
D) 17 E) 43

13 Halla el número de lados de un polígono regular, sabiendo que la longitud de cada lado es 3 cm, y el número de diagonales es numéricamente igual a 2 veces su perímetro.

A) 6 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18

14 En un pentágono convexo ABCDE, m∠A = m∠E = 90° y m∠B = m∠C = m∠D. Si BC + CD = 12 cm, halla AE.

A) 6 cm B) 12 cm C) $3\sqrt{3}$ cm
D) $6\sqrt{3}$ cm E) 9 cm

Claves

1. A	3. A	5. C	7. B	9. C	11. C	13. D
2. D	4. B	6. C	8. B	10. D	12. B	14. D

Practiquemos

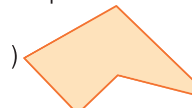


NIVEL 1

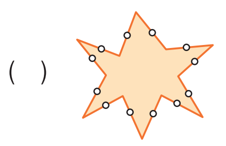
Comunicación matemática

1. Relaciona las figuras con los siguientes conceptos:

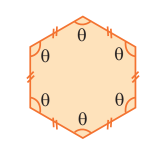
I. Polígono regular y convexo. ( )



II. Polígono irregular y cóncavo. ( )



III. Polígono estrellado y equilátero. ( )



2. Completa los recuadros en la siguiente tabla:

n.° de lados	Denominación
3 lados	Triángulo
5 lados	☐
8 lados	☐
☐ lados	Undecágono
7 lados	☐
13 lados	☐
☐ lados	Eneágono
☐ lados	Icoságono
☐ lados	Pentadecágono

Razonamiento y demostración

3. ¿Cuál es el polígono cuyo número de diagonales es igual al doble del número de lados?

A) Pentágono B) Hexágono C) Heptágono
D) Nonágono E) Octágono

4. Halla la suma de los ángulos internos de un pentágono.

A) 540° B) 360° C) 600° D) 700° E) 720°

5. Indica la suma de los ángulos externos de un polígono convexo de 70 lados.

A) 360° B) 180° C) 1440° D) 1460° E) 1490°

6. Calcula el total de diagonales de un octágono.

A) 20 B) 24 C) 18 D) 16 E) 23

7. Halla la suma de los ángulos internos de un pentadecágono.

A) 2630° B) 2240° C) 2340° D) 2460° E) 2430°

8. Calcula el total de diagonales de un icoságono.

A) 160 B) 150 C) 180 D) 140 E) 170

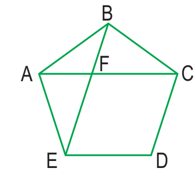
Resolución de problemas

9. En un octágono equiángulo ABCDEFGH las prolongaciones de $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ forman el ángulo α; $\overline{CD}$ y $\overline{FE}$: β, $\overline{EF}$ y $\overline{HG}$: θ, $\overline{GH}$ y $\overline{BA}$: γ, respectivamente. Calcula: $\alpha + \beta + \theta + \gamma$

A) 90° B) 120° C) 180° D) 360° E) 400°

10. En la figura se presenta el polígono regular ABCDE, si EF = 5, calcula la medida del lado del polígono.

A) $4\sqrt{5}$
B) $5\sqrt{5}$
C) $\sqrt{5}$
D) 5
E) 10



11. ¿En qué polígono se cumple que el valor numérico de la suma de los ángulos interiores, vértices y lados resulta 3280?

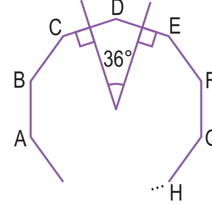
A) Icoságono B) Octágono C) Triángulo
D) Nonágono E) Pentágono

12. Halla la medida del ángulo interior de un polígono equiángulo que tiene 35 diagonales.

A) 120° B) 144° C) 150° D) 135° E) 160°

13. En la figura se muestra el polígono equiángulo ABCDEFGH..., donde se han trazado las mediatrices de los lados CD y DE determinando un ángulo de 36°. Calcula el número de diagonales totales del polígono.

A) 30
B) 56
C) 38
D) 40
E) 35



14. Halla el número de lados de un polígono regular, tal que si tuviera 6 lados menos, la medida de su ángulo externo aumentaría en 80°.

A) 10 B) 5 C) 8 D) 6 E) 9

15. Las medidas de los ángulos interiores de dos polígonos regulares difieren en 10° y uno de ellos tiene 6 lados menos que el otro. Halla el mayor número de lados.

A) 16 B) 19 C) 17 D) 18 E) 20

16. En un polígono se cumple que la diferencia entre la mitad del cuadrado del número de lados y el número de diagonales es igual a 6. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

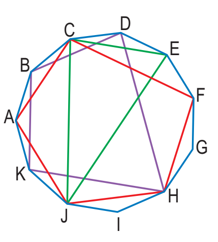
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

17. Relaciona los polígonos contenidos en la siguiente figura con sus denominaciones.

I. Polígono ACFHJ ( ) Triángulo
II. Polígono BDHK ( ) Pentágono
III. Polígono CEJ ( ) Undecágono
IV. Polígono ABCDEFGHIJK ( ) Cuadrilátero



18. Completa los recuadros con los valores naturales correspondientes:

I. n.° diagonales: $D_T = \frac{n}{\square}(n - \square)$

II. n.° diagonales medias: $D_M = \frac{n}{\square}(n - \square)$

III. Suma de ángulos internos: $Sm\angle i = 180°(n - \square)$

19. Relaciona:

I. n.° de diagonales trazadas desde x vértices consecutivos. ( ) $\frac{360°}{n}$

II. n.° de diagonales medias trazadas desde x puntos medios consecutivos. ( ) $\frac{180°(n-2)}{n}$

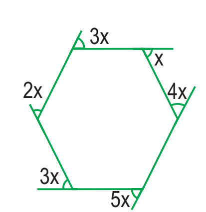
III. Medida del ángulo interno de un polígono equiángulo. ( ) $nx - \frac{(x+1)x}{2}$

IV. Medida del ángulo externo de un polígono equiángulo. ( ) $nx - \frac{(x+1)(x+2)}{2}$

Razonamiento y demostración

20. Calcula x.

A) 40°
B) 60°
C) 45°
D) 56°
E) 50°



21. Halla x.

A) 20°
B) 10°
C) 30°
D) 25°
E) 15°

22. Halla α.

A) 30°
B) 15°
C) 20°
D) 60°
E) 40°

23. Halla x.

A) 18°
B) 20°
C) 36°
D) 30°
E) 40°

24. Si el pentágono es regular, calcula α.

A) 18°
B) 36°
C) 45°
D) 60°
E) 72°



Resolución de problemas

25. En un polígono convexo la suma de los ángulos internos excede en 720° a la suma de los ángulos exteriores. Calcula su número de diagonales.

A) 27 B) 35 C) 44 D) 14 E) 20

26. ¿Cuántos lados tiene un polígono cuyo número de diagonales excede en ocho al número de diagonales de otro polígono que tiene un lado menos?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 8

27. Si se quintuplica el número de lados de un polígono, la suma de sus ángulos internos se sextuplica. ¿Cómo se llama el polígono?

A) Octágono B) Decágono C) Nonágono
D) Heptágono E) Hexágono

28. En un polígono convexo equiángulo ABCDEF..., las bisectrices de los ángulos ABC y CDE son perpendiculares. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

29. Determina el número de lados de aquel polígono en el cual al aumentar un lado, su número de diagonales aumenta en 6.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

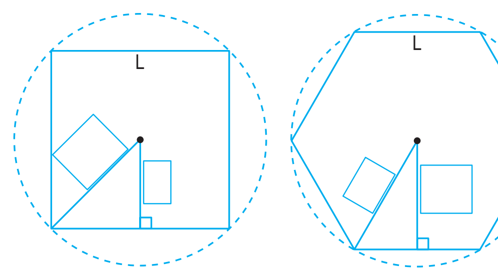
30. ABCD... y QRST... son polígonos regulares. Si el primero tiene 18 lados y la medida de los ángulos FSR y HGT suman 29°, halla el número de lados del segundo polígono.

A) 10
B) 20
C) 30
D) 40
E) 50

NIVEL 3

Comunicación matemática

31. Completa los recuadros en los siguientes polígonos (regulares).



32. En los siguientes puntos:

C. .D
G
B. .E
A F

Indica qué vértices deben unirse para formar:

a) Un hexágono equilátero: ________

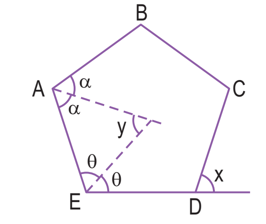
b) Un cuadrilátero equiángulo: ________

c) Un pentágono regular: ________

Razonamiento y demostración

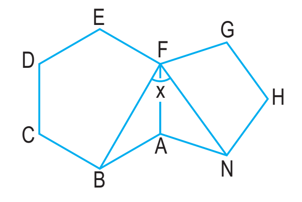
33. Calcula x + y, si ABCDE es un polígono regular.

A) 120°
B) 106°
C) 126°
D) 144°
E) 146°



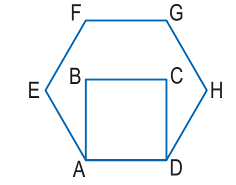
34. Los polígonos ABCDEF y AFGHN son regulares. Calcula x.

A) 33°
B) 44°
C) 55°
D) 66°
E) 77°



35. Si ABCD es un cuadrado y el polígono AEFGHD es regular. Calcula la m∠GHC.

A) 30°
B) 45°
C) 50°
D) 55°
E) 60°

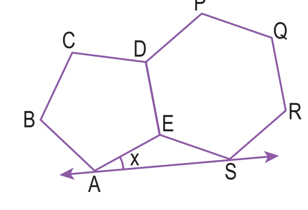


36. Calcula x, si ABCDE... es un dodecágono equiángulo.

A) 30°
B) 60°
C) 75°
D) 45°
E) 90°

37. Si ABCDE y PQRSED son polígonos regulares, calcula x.

A) 32°
B) 24°
C) 15°
D) 30°
E) 60°



Resolución de problemas

38. Halla el perímetro de un hexágono equiángulo ABCDEF. Siendo DE = 1; BC = 2; AF = 3 y CD = 4.

A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

39. Se tiene el nonágono regular ABCDEFGHI. Halla el menor ángulo que forman las prolongaciones de $\overline{AB}$ y $\overline{ED}$.

A) 80° B) 70° C) 50° D) 40° E) 60°

40. Al aumentar en 3 el número de lados de un polígono, el número de diagonales se duplica. Calcula la suma de las medidas de los ángulos internos del polígono inicial.

A) 1200° B) 1230° C) 1250° D) 1260° E) 1300°

41. Calcula el número de diagonales de un polígono regular ABCDE... sabiendo que las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ forman un ángulo que mide 72°.

A) 80 B) 90 C) 70 D) 50 E) 60

42. En un nonágono regular ABCD..., AB + BD = 4. Calcula BG.

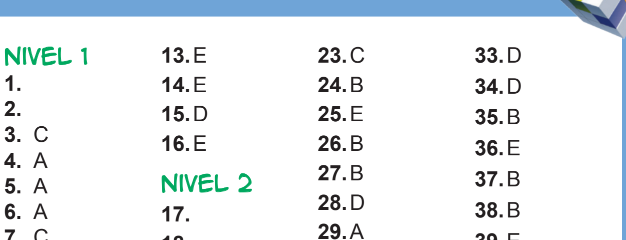
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

43. En un polígono convexo PQRST, RQ = a y SR = b. Si m∠Q = m∠R = m∠S y m∠P = m∠T = 90°. Calcula PT.

A) a + b B) $\frac{a}{2} + b$ C) $\left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{2}$

D) $\left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{3}$ E) $\frac{a+b}{4}$

Claves



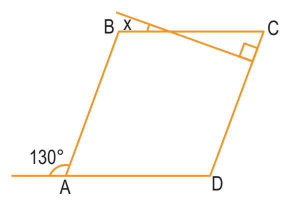
NIVEL 1	13. E	23. C	33. D
1.	14. E	24. B	34. D
2.	15. D	25. E	35. B
3. C	16. E	26. B	36. E
4. A	NIVEL 2	27. B	37. B
5. A	17.	28. D	38. B
6. A	18.	29. A	39. E
7. C	19.	30. D	40. D
8. E	20. E	NIVEL 3	41. B
9. D	21. A	31.	42. C
10. D	22. D	32.	43. D
11. A			
12. B			



Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: CUADRILÁTEROS

1 Según el gráfico, calcula x si ABCD es un paralelogramo.



A) 50° B) 45° C) 40°
D) 35° E) 30°

2 En un rombo ABCD, M es punto medio de $\overline{BC}$, la diagonal BD corta a $\overline{AM}$ en el punto R. Si, RM = 10 y el ángulo BRM mide 53°; halla BD.

A) 60 B) 70 C) 80
D) 36 E) 72

3 En un paralelogramo ABCD, sobre la diagonal BD se toma el punto P. Por A, se traza una paralela a $\overline{BD}$, cortando a la prolongación de $\overline{CP}$ en el punto R. Si CP = RP, BP = 12 y PD = 5, halla AR.

A) 6 B) 4 C) 7
D) 5 E) 8

4 En un trapecio ABCD ($\overline{BC}$//$\overline{AD}$), AB = 6, BC = 4 y AD = 14; las bisectrices de los ángulos A y B se cortan en el punto P. Halla PQ, si Q está en $\overline{CD}$ y $\overline{PQ}$ // $\overline{BC}$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 4 E) 8

5 En un trapecio rectángulo ABCD, recto en A y B; $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ miden 4; 6 y 8, respectivamente. Halla la distancia del punto de intersección de las bisectrices de los ángulos C y D al lado recto.

A) 5 B) 3 C) 2
D) 8 E) 9

6 Las bases de un trapecio isósceles están en la relación de 1 a 5. Si la suma de sus lados no paralelos es 30 m y su perímetro 66 m, ¿cuánto mide la mediana o base media del trapecio?

A) 20 m B) 18 m C) 15 m
D) 35 m E) 22 m

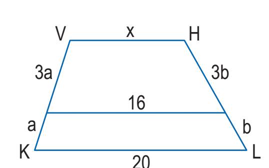
7 La base mayor de un trapecio isósceles mide 20 m y forma con los lados no paralelos ángulos de 45°. Si cada lado no paralelo mide $6\sqrt{2}$ m, ¿cuánto mide la mediana?

A) 14 m B) 36 m C) 18 m
D) 20 m E) 30 m

8 Calcula la base mayor de un trapecio escaleno sabiendo que la suma de su mediana y el segmento que une los puntos medios de las diagonales es 25.

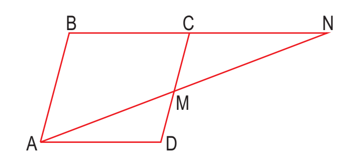
A) 25 B) 26 C) 27
D) 30 E) 24

9 Si $\overline{KL}$ // $\overline{VH}$, calcula x.



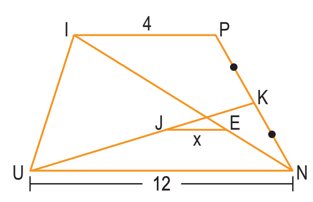
A) 3 B) 4 C) 5
D) 10 E) 7

10 En el gráfico, calcula (DM)(BN), si: AB = 8 y AD = 3.



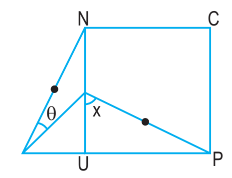
A) 20 B) 22 C) 18
D) 21 E) 24

11 Si: $\overline{UN}$ // $\overline{IP}$, IE = 3EN y UJ = JK, calcula x.



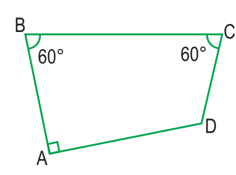
A) 4 B) 6 C) 5
D) 3 E) 4,5

12 Si UNCP es un cuadrado, halla x.



A) $30° + \theta$ B) $\theta - 45°$ C) θ
D) $45° + \theta$ E) 2θ

13 Si: 2AB – BC = 8, halla CD.



A) 7 B) 6 C) 8
D) 5 E) 10

14 Calcula la mediana de un trapecio isósceles sabiendo que su altura mide 20 m, su base menor 40 m y su base mayor forma con el lado no paralelo un ángulo que mide 45°.

A) 50 m B) 60 m C) 65 m
D) 70 m E) 80 m

Claves

1. C	3. C	5. B	7. A	9. B	11. C	13. C
2. E	4. B	6. B	8. A	10. E	12. D	14. B

Practiquemos

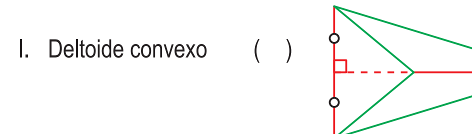


NIVEL 1

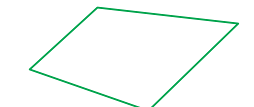
Comunicación matemática

1. Relaciona:

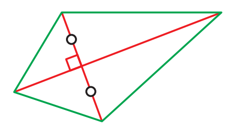
I. Deltoide convexo ( )



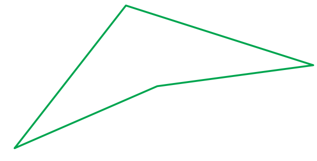
II. Trapezoide cóncavo ( )



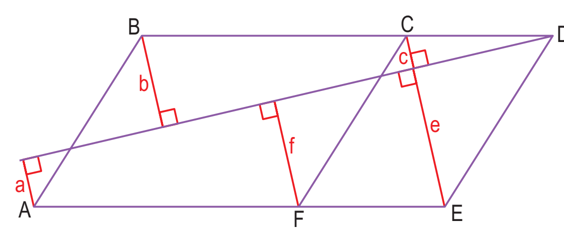
III. Deltoide cóncavo ( )



IV. Trapezoide convexo ( )



2. Rellena los recuadros con los símbolos $+$, $-$ o $=$, de acuerdo al siguiente gráfico. Si $\overline{AB} \parallel \overline{CF} \parallel \overline{DE}$ y $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.



I. a ☐ c ☐ f ☐ b

II. e ☐ b ☐ a

III. f ☐ e ☐ c

3. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda:

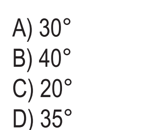
I. Los diagonales de un rectángulo son congruentes. ( )

II. Un cuadrado es equilátero y equiángulo a la vez. ( )

III. Los diagonales de un romboide bisecan sus ángulos internos. ( )

Razonamiento y demostración

4. Calcula β.

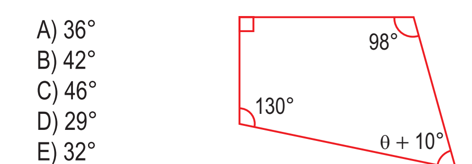


A) 30°
B) 40°
C) 20°
D) 35°
E) 28°

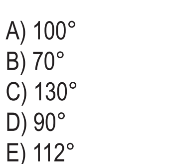


5. Calcula θ.

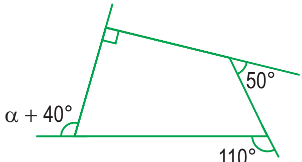
A) 36°
B) 42°
C) 46°
D) 29°
E) 32°



6. Halla α.

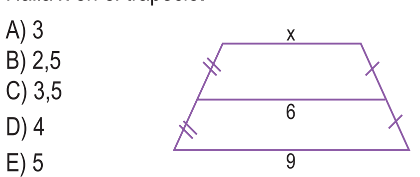


A) 100°
B) 70°
C) 130°
D) 90°
E) 112°



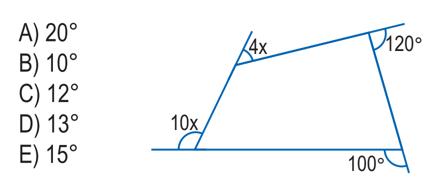
7. Halla x en el trapecio.

A) 3
B) 2,5
C) 3,5
D) 4
E) 5



8. Halla x.

A) 20°
B) 10°
C) 12°
D) 13°
E) 15°



9. Halla x en el trapecio.

A) 8
B) 12
C) 10
D) 6
E) 13

16

2x

24

Resolución de problemas

10. El perímetro de un paralelogramo es 88. Si uno de los lados es igual a 2/9 del otro, halla los lados.

A) 7 y 30 B) 6 y 30 C) 5 y 36
D) 9 y 40 E) 8 y 36

11. Determina el mayor de los ángulos desiguales de un paralelogramo, sabiendo que están en la relación de 2 a 7.

A) 110° B) 120° C) 125°
D) 140° E) 160°

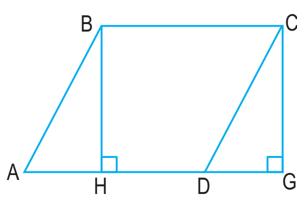
12. En un cuadrado ABCD, se prolonga $\overline{AD}$, hasta un punto E, de modo que: $m\angle ACE = 98°$. Si CE = 20 m, calcula el perímetro del cuadrado.

A) 40 m B) 45 m C) 46 m
D) 47 m E) 48 m

13. Las distancias de los vértices A, B y D de un romboide ABCD a una recta exterior miden 15; 12 y 13, respectivamente. Calcula la distancia del vértice C a la recta.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 9 E) 10

14. Si ABCD es un rombo tal que HD = 2 y AG = 10. Calcula el perímetro del rombo.



A) 20 B) 22 C) 24
D) 26 E) 28

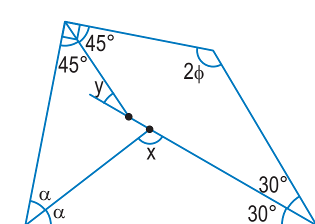
15. Se tiene un rombo ABCD. Desde O, punto de intersección de las diagonales, se traza el segmento OQ, siendo Q el punto medio de $\overline{AD}$. Si OQ = 3, halla el perímetro del rombo.

A) 24 B) 12 C) 18
D) 20 E) 16

NIVEL 2

Comunicación matemática

16. Rellena los recuadros con los símbolos + , − o = de acuerdo al siguiente gráfico:

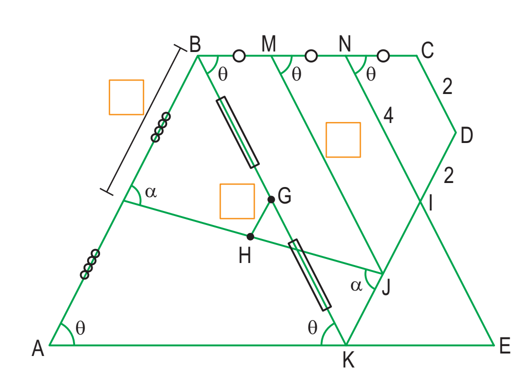


I. x = 45° + ϕ

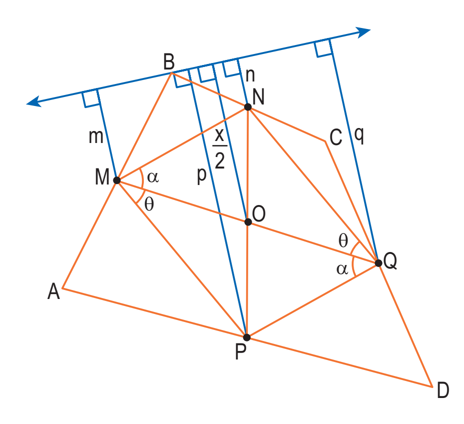
II. ϕ − α = y

III. ϕ + α = 105°

17. Rellena los recuadros de acuerdo a los valores presentes en el siguiente gráfico:



18. Rellena los recuadros con los símbolos + , − o = de acuerdo al siguiente gráfico:



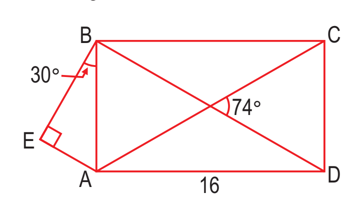
I. q ☐ m ☐ x

II. p ☐ q ☐ n ☐ m ☐ 2x

III. x ☐ n ☐ p

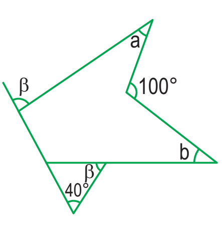
Razonamiento y demostración

19. Si ABCD es un rectángulo, halla EB.



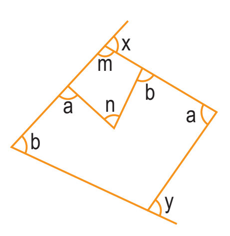
A) $5\sqrt{3}$ B) $7\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

20. Del gráfico, calcula: a + b



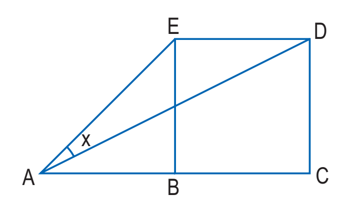
A) 20° B) 30° C) 40°
D) 50° E) 60°

21. Si en el gráfico m + n = 120°, calcula: x + y



A) 60° B) 120° C) 150°
D) 180° E) 240°

22. En el gráfico BCDE es un cuadrado y AB = BC. Calcula x.



A) 15° B) 20° C) 30°

D) $\frac{37°}{2}$ E) 53°

Resolución de problemas

23. En un trapecio, la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales mide 8 m; si la suma de las bases es 30 m, calcula la base menor.

A) 6 m B) 5 m C) 7 m
D) 8 m E) 9 m

24. El perímetro de un trapecio isósceles es 220 m; si cada lado no paralelo mide 40 m, calcula la longitud de la mediana.

A) 65 m B) 66 m C) 67 m
D) 68 m E) 70 m

25. Las bases de un trapecio isósceles miden 4 y 20 y sus lados no paralelos miden 10. Calcula su altura.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

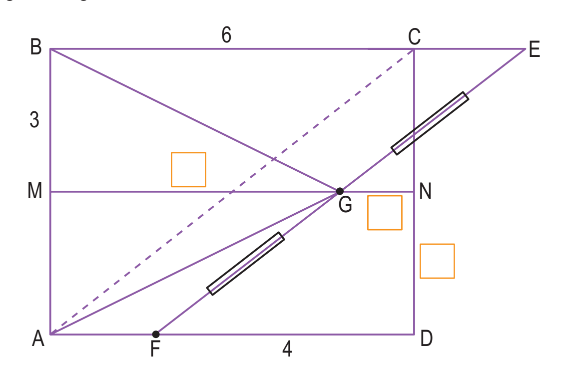
26. Halla la base mayor de un trapecio si se sabe que la suma de su mediana con el segmento que une los puntos medios de las diagonales es igual a 40.

A) 20 B) 30 C) 60
D) 40 E) 50

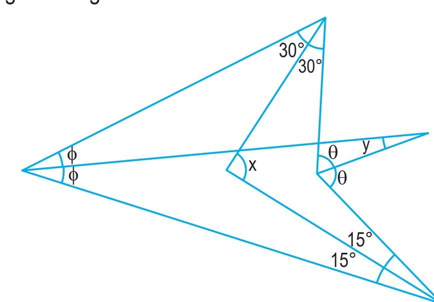
NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Rellena los recuadros de acuerdo a los valores presentes en el siguiente gráfico:

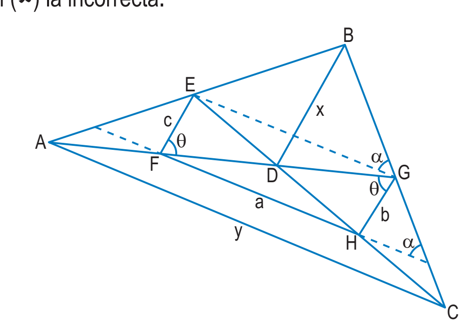


28. Rellena los recuadros con los símbolos +, − o = de acuerdo a la siguiente figura.



I. x ☐ θ ☐ ϕ
II. 30° ☐ 15° ☐ y
III. 45 ☐ 2ϕ ☐ x

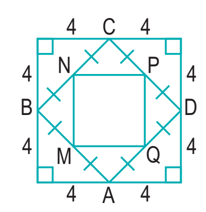
29. De acuerdo al siguiente gráfico, indica con (✓) la opción correcta o con (×) la incorrecta.



I. 2(a + b) = x + y ( )
II. b = c ( )
III. b = 3x ( )

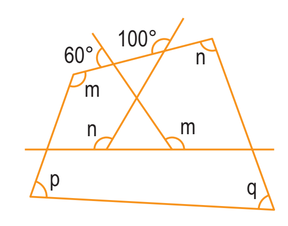
Razonamiento y demostración

30. Calcula el perímetro del cuadrilátero MNPQ.



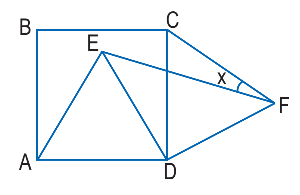
A) 32 B) 16 C) 8
D) 4 E) 2

31. Del gráfico, calcula: (p + q)



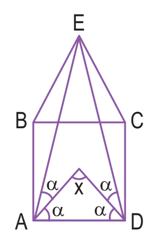
A) 100° B) 120° C) 150°
D) 140° E) 200°

32. Si ABCD es un cuadrado y los triángulos AED y CFD son equiláteros, calcula x.



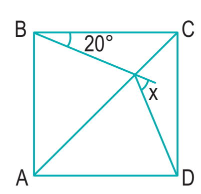
A) 30°
B) 25°
C) 10°
D) 20°
E) 15°

33. Si ABCD es un cuadrado y el triángulo BEC es equilátero, calcula x.



A) 105°
B) 110°
C) 95°
D) 100°
E) 115°

34. En la figura ABCD es un cuadrado. Calcula x.



A) 45°
B) 30°
C) 65°
D) 60°
E) 50°

Resolución de problemas

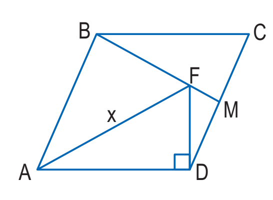
35. En un cuadrado ABCD, M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$, respectivamente. Halla el ángulo formado por $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$.

A) 53°
B) 90°
C) 60°
D) 52°
E) 50°

36. Halla la base menor de un trapecio en el cual las diagonales son perpendiculares entre sí y miden 3 y 4 m, además, la base mayor mide 4 m.

A) 3 m
B) 2 m
C) 2,5 m
D) 1 m
E) 1,5 m

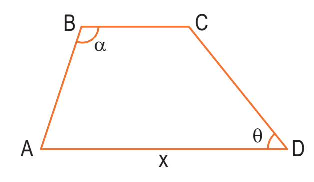
37. Halla x, si M es punto medio de $\overline{CD}$, BF = 4 y FM = 1. Además, ABCD es un romboide.



A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

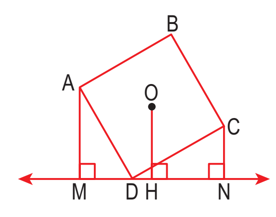
38. Halla x, si: $\alpha = 90° + \frac{\theta}{2}$; BC = 4 y CD = 8.

Además, ABCD es un trapecio isósceles ($\overline{BC}$ // $\overline{AD}$).



A) 12
B) 16
C) 20
D) 24
E) 14

39. En el gráfico ABCD es un cuadrado de centro O. Si: OH = 3, calcula MN.



A) 6
B) 8
C) 9
D) 12
E) 15



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. C
5. E
6. B
7. A
8. A
9. C
10. E
11. D
12. E
13. E
14. C
15. A

NIVEL 2
16.
17.
18.
19. D
20. E
21. B
22. D
23. C
24. E
25. C
26. D

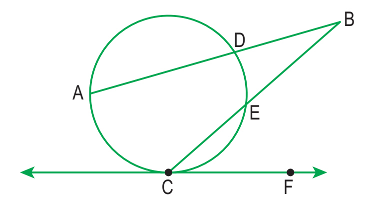
NIVEL 3
27.
28.
29.
30. B
31. D
32. E
33. A
34. E
35. B
36. D
37. B
38. A
39. A

Aplicamos lo aprendido



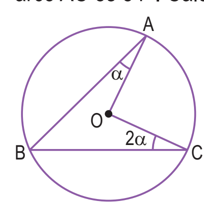
TEMA 4: CIRCUNFERENCIA

1 En la figura C es punto de tangencia, m∠BCF = 50°. Halla m∠ABC, si m$\overset{\frown}{AC}$ = 4m$\overset{\frown}{DE}$, además m$\overset{\frown}{AD}$ = 120°.



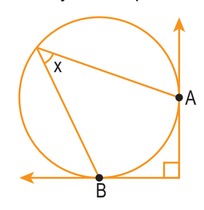
A) 40° B) 44° C) 46°
D) 42° E) 43°

2 En la figura O es el centro de la circunferencia; la medida del arco AC es 84°. Calcula α.



A) 14° B) 16° C) 12°
D) 18° E) 15°

3 Si A y B son puntos de tangencia, calcula x.



A) 30° B) 45° C) 15°
D) 20° E) 25°

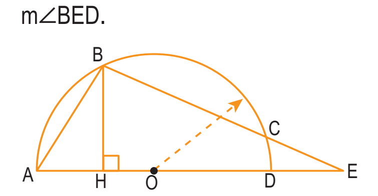
4 Halla m∠FKR si F, K y R son puntos de tangencia.

A) 80° B) 90° C) 45°
D) 53° E) 37°

5 Desde un punto P exterior a una circunferencia se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$ tal que la m∠APB = 45°. Si el radio de la circunferencia mide 2, calcula PA.

A) $3+2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 4
D) $2\sqrt{2}-2$ E) $2\sqrt{2}+2$

6 En la figura mostrada BC = 2(BH) y m∠ABH = 27°. Calcula m∠BED.

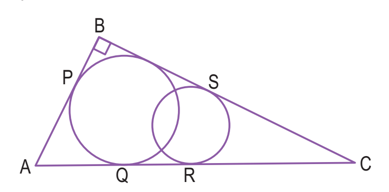


A) 12° B) 13,5° C) 15°
D) 18° E) 24°

7 Se tienen dos circunferencias tangentes exteriores. Si las tangentes comunes exteriores forman un ángulo que mide 60°, calcula la razón entre los radios.

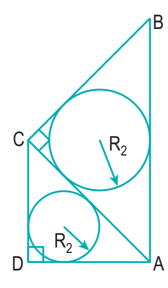
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) $\sqrt{3}$

8 Calcula la medida del inradio del triángulo ABC, si BP = QR y BS = 4.



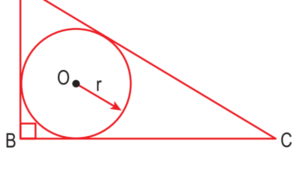
A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) 1 E) 2,5

9 Calcula $R_1 + R_2$, si: BC = 10 y AB = CD + DA.



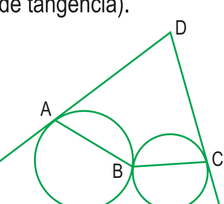
A) 10 B) 8 C) 3
D) 5 E) 4

10 Calcula r, si AB = 10 y BC = 24.



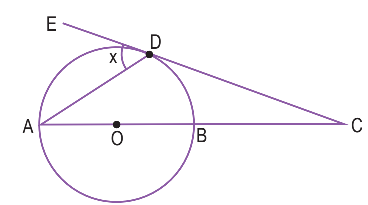
A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

11 Si m∠ABC = 2m∠ADC, calcula m∠ADC (A, B y C son puntos de tangencia).



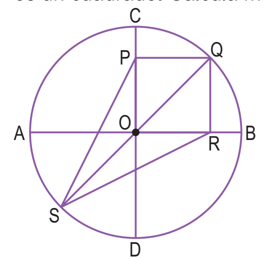
A) 72° B) 74° C) 70°
D) 65° E) 76°

12 En la figura $\overline{AB}$ es diámetro y $\overline{CD}$ es tangente. Si la m∠ACD = 32°, calcula m∠ADE.



A) 42° B) 44° C) 60°
D) 61° E) 52°

13 En una circunferencia $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros, además OPQR es un cuadrado. Calcula m∠PSR.



A) 15° B) 18° C) 30°
D) 37° E) 20°

14 En un rectángulo ABCD se traza la bisectriz del ángulo B intersecando en E a $\overline{AD}$. Calcula el radio de la circunferencia inscrita al cuadrilátero BEDC, si es tangente a $\overline{BE}$ en el punto N y BN – NE = 16.

A) 1 B) 8 C) 3
D) 4 E) 5

Claves

1. D	3. B	5. E	7. C	9. D	11. A	13. D
2. A	4. B	6. D	8. B	10. B	12. D	14. B

Practiquemos

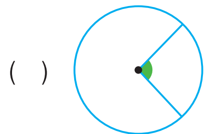


NIVEL 1

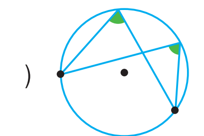
Comunicación matemática

1. Relaciona:

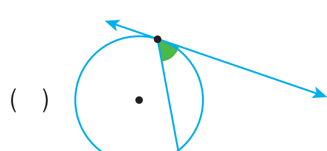
I. Arco capaz ( )



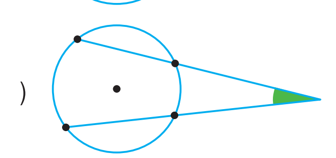
II. Ángulo exterior ( )



III. Ángulo central ( )

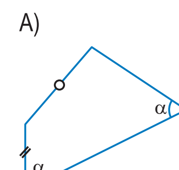


IV. Ángulo semiinscrito ( )

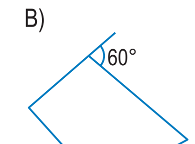


2. Marca con un aspa los cuadriláteros que son cuadriláteros inscriptibles:

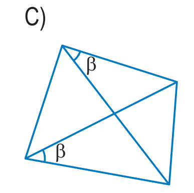
A)



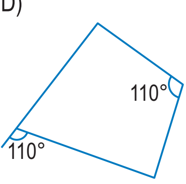
B)



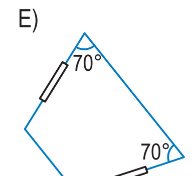
C)



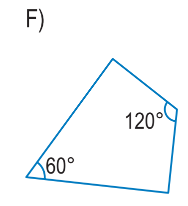
D)



E)

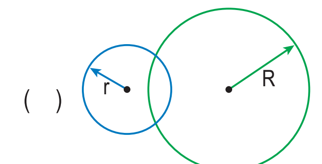


F)

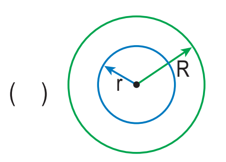


3. Relaciona:

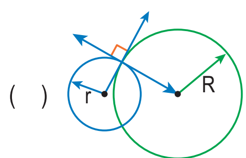
I. Circunferencia concéntricas ( )



II. Circunferencias ortogonales ( )



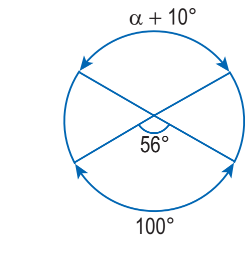
III. Circunferencias secantes ( )



Razonamiento y demostración

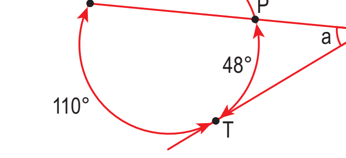
4. Halla α.

A) 2°
B) 3°
C) 8°
D) 5°
E) 15°



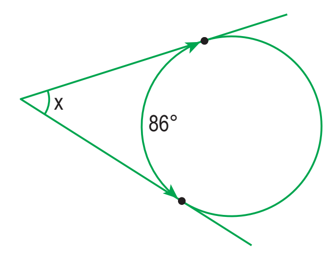
5. Halla a.

A) 32°
B) 28°
C) 31°
D) 29°
E) 27°



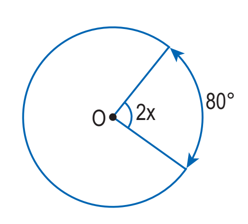
6. Halla x.

A) 94°
B) 96°
C) 86°
D) 88°
E) 72°



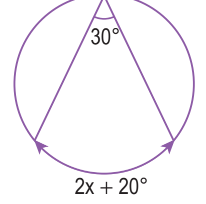
7. Halla x.

A) 80°
B) 30°
C) 20°
D) 40°
E) 35°



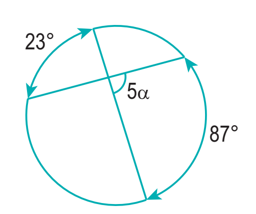
8. Halla x.

A) 20°
B) 10°
C) 15°
D) 25°
E) 18°



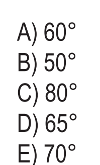
9. Halla α.

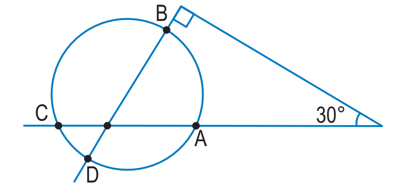
A) 10°
B) 5°
C) 15°
D) 13°
E) 11°



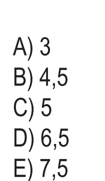
Resolución de problemas

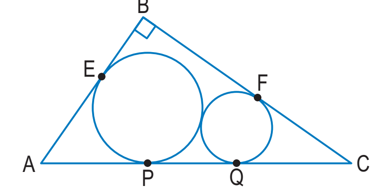
10. Si $m\overset{\frown}{CD} = 50°$, calcula $m\overset{\frown}{AB}$.


A) 60°
B) 50°
C) 80°
D) 65°
E) 70°



11. Si EB = PQ y FB = 15, calcula el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo ABC (E, P, Q y F son puntos de tangencia).


A) 3
B) 4,5
C) 5
D) 6,5
E) 7,5



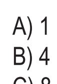
12. Se tiene dos circunferencias tangentes interiores cuyos radios miden 3 y 8. Desde el centro de la circunferencia mayor se traza una tangente a la circunferencia menor. Calcula la longitud de dicha tangente.

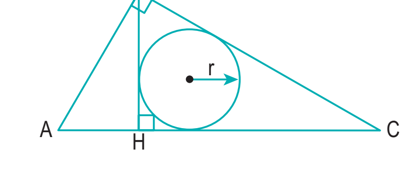
A) 2 B) 5 C) 3 D) 3,5 E) 4

13. En un triángulo rectángulo ABC, (recto en B), AB = 8 y AC = 10. Calcula la longitud del inradio.

A) 1 B) 2 C) 4 D) 3 E) 2,5

14. Calcula r, si AB = 15 y BC = 20.

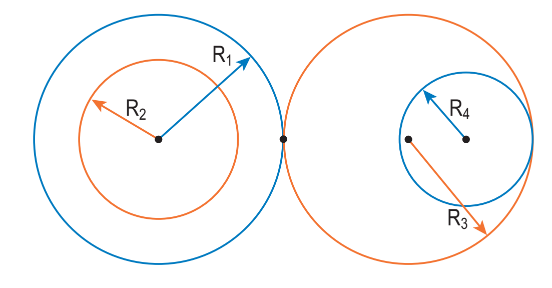

A) 1
B) 4
C) 8
D) 3
E) 6



NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Completa los espacios en blanco de acuerdo al siguiente gráfico:



I. Las circunferencias de radios R_1 y R_2
son: ______________________

II. Las circunferencias de radios R_3 y R_4
son: ______________________

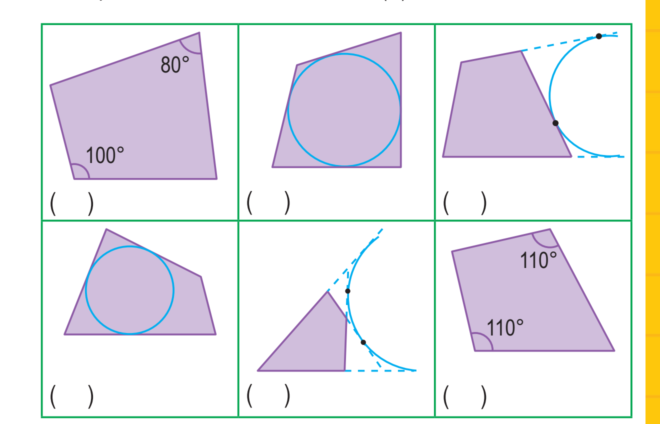
III. Las circunferencias de radios R_2 y R_4
son: ______________________

IV. Las circunferencias de radios R_1 y R_3
son: ______________________

16. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda:

I. Todos los triángulos son inscriptibles dentro de una circunferencia. ( )
II. Un cuadrilátero bicentro está inscrito y circunscrito a dos circunferencias concéntricas. ( )
III. Todos los cuadriláteros son inscriptibles dentro de una circunferencia. ( )

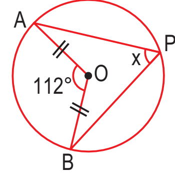
17. Coloca CI (cuadrilátero inscriptible), CE (cuadrilátero exinscriptible) o CC (cuadrilátero circunscriptible), según corresponda, de otra manera coloca (X).



Razonamiento y demostración

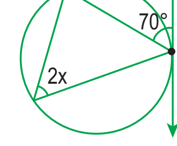
18. Halla x.

A) 56°
B) 46°
C) 48°
D) 50°
E) 51°



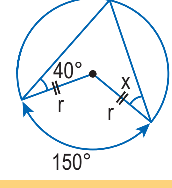
19. Halla x.

A) 36°
B) 34°
C) 35°
D) 25°
E) 38°



20. Halla x.

A) 35°
B) 20°
C) 45°
D) 38°
E) 48°

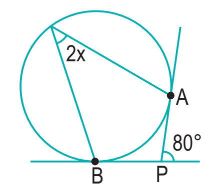


21. Calcula α.

A) 45°
B) 35°
C) 42°
D) 48°
E) 37°

22. Si A y B son puntos de tangencia, calcula x.

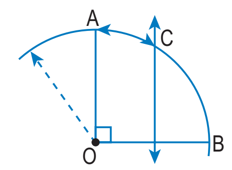
A) 20°
B) 30°
C) 15°
D) 25°
E) 35°



Resolución de problemas

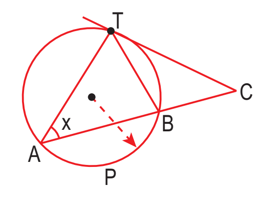
23. En la figura $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{OB}$. Calcula $m\overset{\frown}{AC}$.

A) 10°
B) 30°
C) 20°
D) 40°
E) 60°



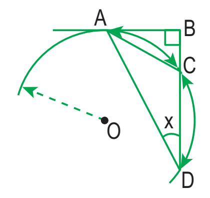
24. En la figura AT = TC y la $m\overset{\frown}{APB} = 150°$. Calcula x.

A) 25°
B) 30°
C) 35°
D) 40°
E) 45°



25. En la figura, $m\overset{\frown}{AC} = m\overset{\frown}{CD}$. Calcula x.

A) 30°
B) 20°
C) 40°
D) 10°
E) 9°



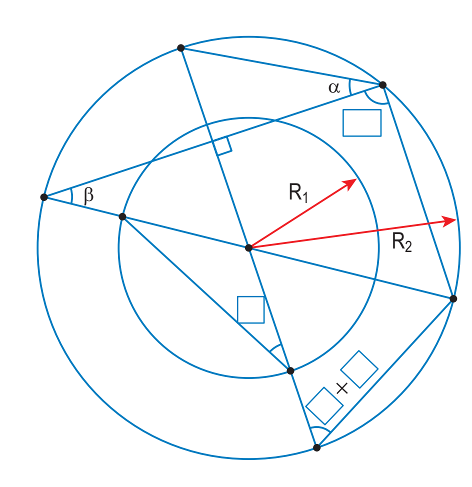
26. Si AT = TB y la $m\overset{\frown}{APC} = 108°$. Calcula $m\overset{\frown}{TC}$.

A) 70°
B) 76°
C) 72°
D) 84°
E) 78°

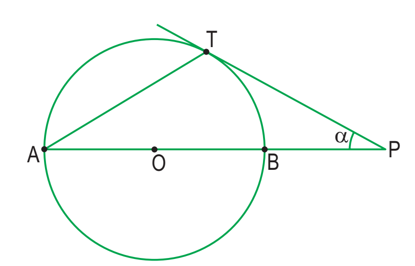
NIVEL 3

Comunicación matemática

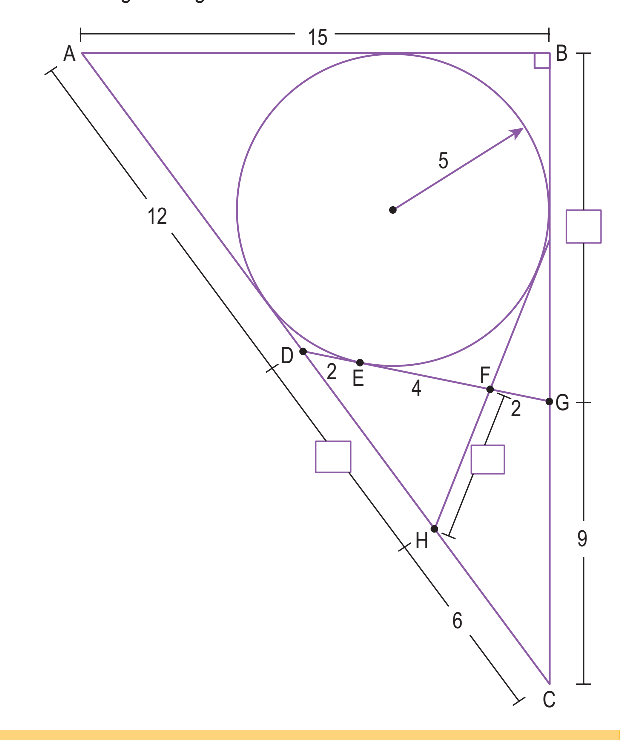
27. Completa los recuadros en blanco con los valores presentes en el siguiente gráfico:



28. En el siguiente gráfico, cuánto tiene que medir α para que el $\triangle ATP$ sea isósceles:

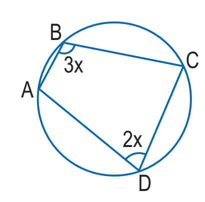


29. Completa los recuadros en blanco, según los valores presentes en el siguiente gráfico:



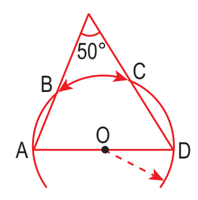
Razonamiento y demostración

30. Según el gráfico, calcula x.



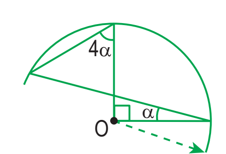
A) 12°　　B) 24°　　C) 36°
D) 40°　　E) 38°

31. Según el gráfico, calcula la $m\overset{\frown}{BC}$.



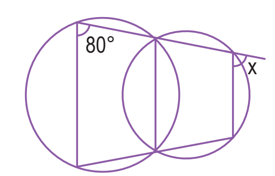
A) 40°　　B) 50°　　C) 60°
D) 70°　　E) 80°

32. Según el gráfico, calcula α.



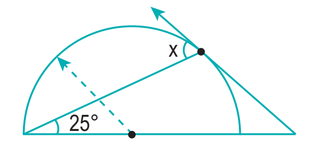
A) 10°　　B) 15°　　C) 9°
D) 7°　　E) 20°

33. Calcula x.



A) 60°　　B) 70°　　C) 80°
D) 90°　　E) 100°

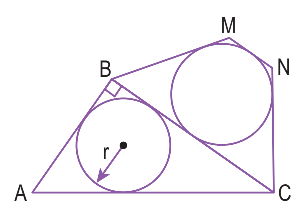
34. Calcula x.



A) 50°　　B) 75°　　C) 65°
D) 70°　　E) 55°

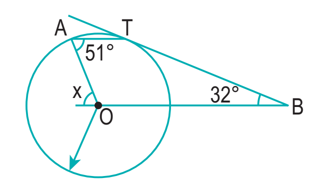
Resolución de problemas

35. Si en la figura: AB = MN + 2, BM = NC y AC = 2(BM), calcula r.



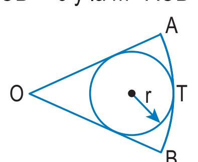
A) 0,5　　B) 0,75　　C) 1
D) 1,5　　E) 2

36. En la figura, $\overline{BT}$ es tangente a la circunferencia. Halla x.



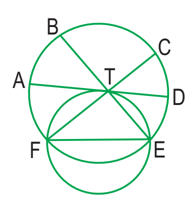
A) 44°　　B) 46°　　C) 42°
D) 54°　　E) 34°

37. Calcula r, si AO = OB = 6 y la $m\angle AOB = 60°$.

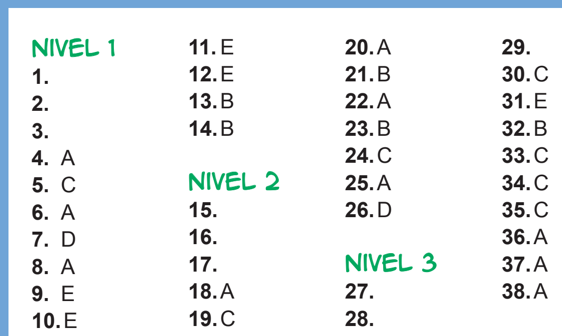


A) 2　　B) 2,5　　C) 4
D) 3　　E) 1

38. En el gráfico, si T es punto de tangencia y la $m\overset{\frown}{AB} = 20°$, calcula la $m\overset{\frown}{CD}$.



A) 20°　　B) 15°　　C) 18°
D) 30°　　E) 29°



Claves

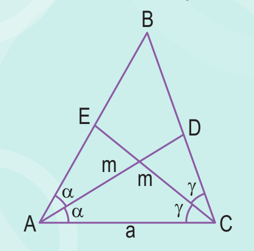
NIVEL 1	11. E	20. A	29.
1.	12. E	21. B	30. C
2.	13. B	22. A	31. E
3.	14. B	23. B	32. B
4. A		24. C	33. C
5. C	NIVEL 2	25. A	34. C
6. A	15.	26. D	35. C
7. D	16.		36. A
8. A	17.	NIVEL 3	37. A
9. E	18. A	27.	38. A
10. E	19. C	28.	

MARATÓN Matemática

Demuestra que si en un triángulo dos bisectrices interiores son iguales, entonces el triángulo es isósceles, respecto a los lados que se oponen a los ángulos bisecados.

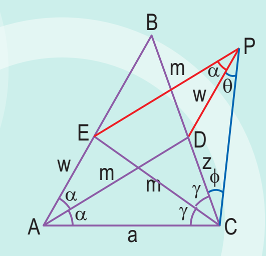
Resolución:

En un $\triangle ABC$ tomamos como referencia los ángulos A y C, de los cuales se trazan las bisectrices cuyas medidas son iguales.

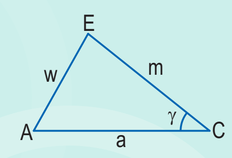


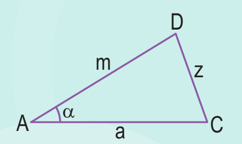
Del enunciado:
$m\angle BAD = m\angle DAC = \alpha$
$m\angle BCE = m\angle ECA = \gamma$
$EC = AD = m$

Nos piden demostrar que $AB = BC$.
Si $AD = EC \Rightarrow BC = AB$ o $2\alpha = 2\gamma \Rightarrow \alpha = \gamma$.
Para demostrar que $AB = BC$ bastará con demostrar que $\alpha = \gamma$.
Si asumimos que $\alpha \neq \gamma$ y demostramos que es absurdo entonces quedará demostrado que $\alpha = \gamma$; por lo tanto $AB = BC$.
Asumiendo para $\alpha < \gamma$ $(\alpha \neq \gamma)$.

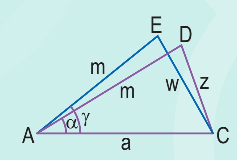


En los triángulos AEC y ADC:





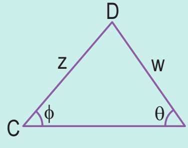
Si superponemos ambos triángulos:



Si $\alpha < \gamma \Rightarrow z < w$ ... (I)

Trazamos $\overline{AE} \,//\, \overline{DP}$ y $\overline{AD} \,//\, \overline{EP}$.
$\Rightarrow m\angle EPD = \alpha$ (por paralelogramos).
Se forman los triángulos CEP y CDP donde el $\triangle ECP$ es isósceles.

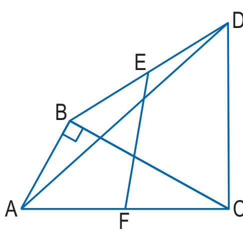
- Del $\triangle ECP$: $\gamma + \phi = \alpha + \theta \Rightarrow$ si $\alpha < \gamma \Rightarrow \phi < \theta$
- En el $\triangle CDP$:



Si: $\phi < \theta \Rightarrow z > w$ ... (II)

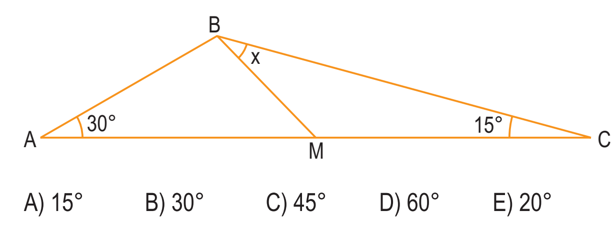
De (II) y (I) vemos que hay una contradicción, por lo tanto se demuestra que "α" no puede ser menor que "γ".
Análogamente, se demuestra para $\alpha > \gamma$ $(\alpha \neq \gamma)$ que también es contradictorio.
Por lo tanto, si $\alpha < \gamma \wedge \alpha > \gamma$ son absurdos, entonces solo la opción α es la correcta.
Si $\alpha = \gamma$ o $2\alpha = 2\gamma$, entonces $AB = BC$ (isósceles).

1. Si: $BE = ED$; $AF = FC$; $AD = 24$ y el $\triangle BDC$ es equilátero.
Halla EF.



A) 24 B) 36 C) 18 D) 12 E) 15

2. Del $\triangle ABC$, donde $\overline{BM}$ es mediana. Calcula x.



A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 20°

3. En un polígono convexo de m lados, desde $(n - 5)$ lados consecutivos se han trazado $(8n - 10)$ diagonales medias. Calcula el número total de diagonales medias.

A) 121 B) 120 C) 132
D) 100 E) 98

4. Se tiene un hexágono regular ABCDEF cuyo lado mide 4 m; halla la longitud del segmento que tiene por extremos al punto medio de $\overline{AB}$ y al punto de intersección de las diagonales FD y BE.

A) $3\sqrt{7}$ B) $\sqrt{7}$ C) $7\sqrt{7}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $6\sqrt{7}$

5. En el polígono convexo ABCDEF... se traza la diagonal AE, determinándose dos polígonos. Si la diferencia de los números de sus diagonales es 9, calcula la suma de las medidas de los ángulos interiores del polígono ABCDEF...

A) 1620° B) 1440° C) 1260° D) 1980° E) 2160°

6. En el cuadrilátero ABCD se ubica E punto medio de $\overline{AD}$ y se traza $\overline{CF} \perp \overline{BD}$ $(F \in \overline{BD})$, tal que $m\angle ABD < 40°$ y $BD = AB + 2BF$. Calcula el mayor valor entero de la medida del ángulo CFE.

A) 112° B) 106° C) 108° D) 109° E) 110°

7. Dado un rectángulo ABCD, se traza el trapecio isósceles AECF, tal que $E \in \overline{AB}$, $\overline{EC} \,//\, \overline{AF}$, $5(BE) = 2(AE)$ y la $m\angle BCE = \dfrac{37°}{2}$.
Calcula $m\angle CFD$.

A) 98° B) 95° C) 89° D) 85° E) 90°

8. En un trapezoide ABCD, $m\angle BAD = m\angle CDA = 60°$, $AD = AB + CD$ y $\overline{BD} \cap \overline{AC} = \{P\}$. Sin en $\overline{AP}$ y $\overline{PD}$ se ubican los puntos M y N respectivamente, tal que $BM = BP$ y $CP = CN$, Calcula $\dfrac{AM}{DN}$.

A) 0,5 B) 1 C) 1,5 D) 2 E) 2,5

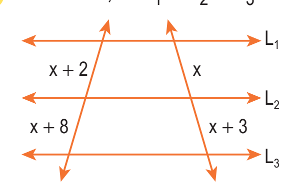

Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 3
Geometría

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: PROPORCIONALIDAD

1 Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$.

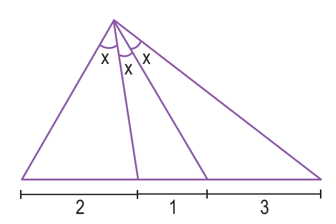


A) 3 B) 5 C) 2 D) 1 E) 4

2 En un triángulo ABC se traza la bisectriz BQ. Determina QC si AB = 32, BC = 26 y AC = 14,5.

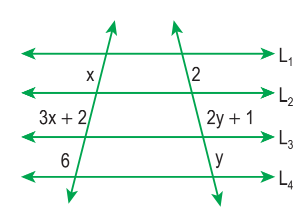
A) 7 B) 6,7 C) 6,5 D) 6,3 E) 6

3 Calcula x.



A) 30° B) 50° C) 45° D) 40° E) 37°

4 Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3} // \overleftrightarrow{L_4}$.

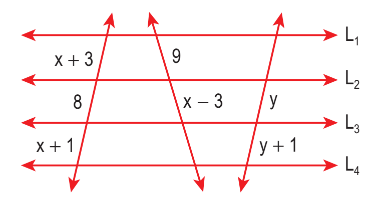


A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5 Tres rectas paralelas cortan a las rectas secantes S_1 y S_2 determinando sobre S_1 los segmentos parciales AB = 16k – 15, BC = k + 4; sobre la secante S_2 los segmentos parciales EF = 10k + 14 y FG = 6k. Calcula BC.

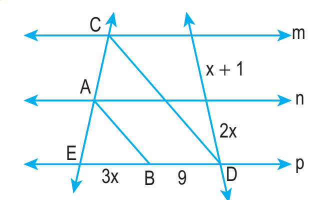
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6 Halla xy, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3} // \overleftrightarrow{L_4}$.



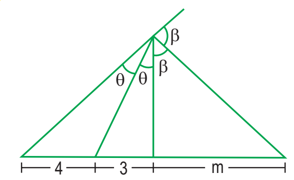
A) 36 B) 84 C) 60 D) 48 E) 90

7 En la figura $\overleftrightarrow{m} \parallel \overleftrightarrow{n} \parallel \overleftrightarrow{p}$ y $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Halla x.



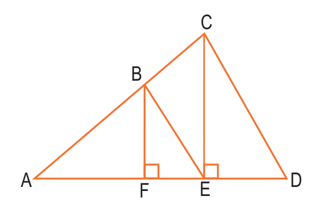
A) 7 B) 6 C) 2 D) 4 E) 5

8 Halla m.



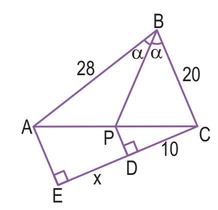
A) 22 B) 20 C) 21 D) 15 E) 18

9 Halla FE si $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$, AD = 9 y AE = 6.



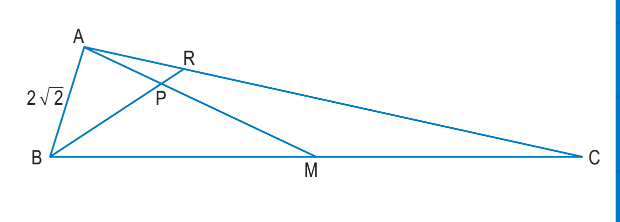
A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 2,5

10 Del gráfico, calcula x.



A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

11 De la figura, $\overline{BR}$ es bisectriz y $\overline{AM}$ es mediana. Calcula BC si AM = 6AP.

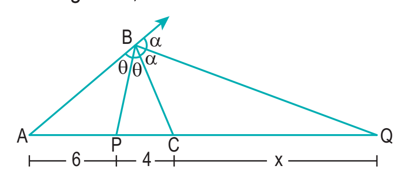


A) $20\sqrt{2}$ B) $10\sqrt{2}$ C) 10
D) 25 E) 20

12 En un triángulo ABC, AB = 3 y BC = 2, se prolongan los lados $\overline{AB}$ y $\overline{CB}$ hasta los puntos E y D, respectivamente si BD = 4, calcula BE para que $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$.

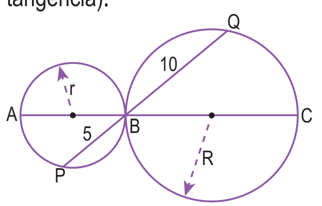
A) 3 B) 6 C) 4 D) 2 E) 5

13 En el gráfico, calcula x:



A) 8 B) 16 C) 10 D) 12 E) 20

14 De la figura; $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son diámetros. Calcula $\frac{r}{R}$. (B punto de tangencia).

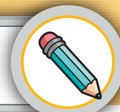


A) 1 B) 5 C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{5}$

Claves

1. C	3. C	5. D	7. E	9. C	11. A	13. E
2. C	4. C	6. A	8. C	10. C	12. B	14. C

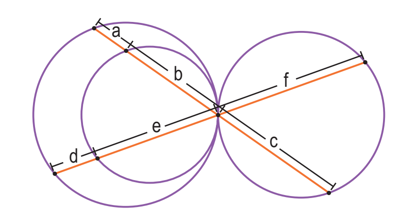
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en el siguiente gráfico:



I) $\frac{\square}{b} = \frac{\square}{\square}$ II) $\frac{\square}{c} = \frac{\square}{\square}$ III) $\frac{\square + \square}{c} = \frac{\square + \square}{f}$

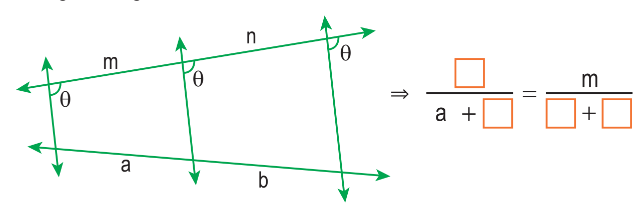
2. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Al cociente de dos razones geométricas también se le denomina: "constante de proporcionalidad" ( )

II. Una razón geométrica está compuesta por dos proporciones geométricas ( )

III. A una "cuaterna armónica" también se le denomina: "proporción armónica" ( )

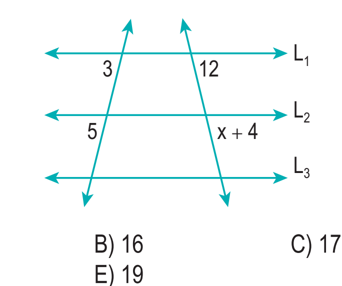
3. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en el siguiente gráfico:



$\Rightarrow \frac{\square}{a + \square} = \frac{m}{\square + \square}$

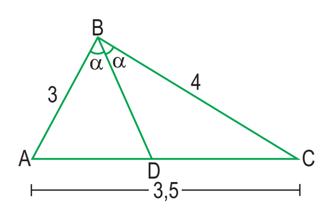
Razonamiento y demostración

4. En el gráfico, $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$. Calcula x.



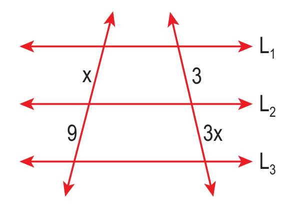
A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

5. En la figura, calcula DC.



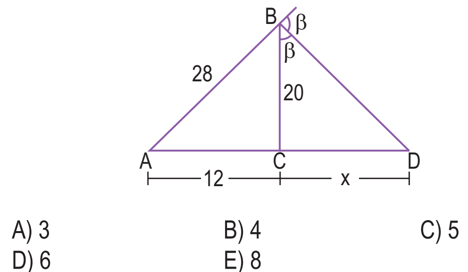
A) 1 B) 1,5 C) 2
D) 2,5 E) 2,4

6. En el gráfico: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$. Calcula x.



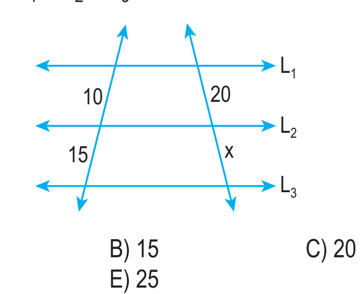
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

7. En la figura, calcula x.



A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

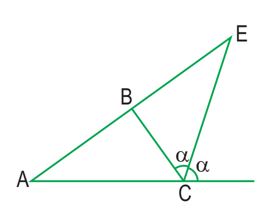
8. En la figura: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$. Calcula x.



A) 28 B) 15 C) 20
D) 30 E) 25

Resolución de problemas

9. Del gráfico, calcula AB, si: AE = 12,5; BC = 6 y AC = 10.



A) 6 B) 5 C) 7
D) 7,5 E) 5,5

10. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior BD y la mediana BM. Calcula: $\frac{DM}{AC}$, si: $\frac{AB}{BC} = \frac{5}{7}$.

A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{8}$
D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{2}{5}$

11. En un triángulo ABC, AB = 18; por el baricentro se traza una paralela a $\overline{AC}$ que interseca a $\overline{AB}$ en P. Calcula PB.

A) 10 B) 12 C) 9
D) 15 E) 9,5

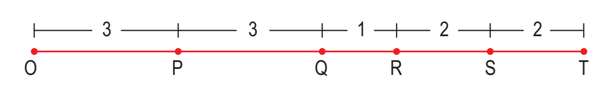
12. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{AR}$ y luego trazamos $\overline{RE}$ // $\overline{AC}$ y $\overline{EF}$ // $\overline{AR}$ (E ∈ $\overline{AB}$ y F ∈ $\overline{BR}$). Calcula RC, si: BF = 5 y FR = 3.

A) 2,4 B) 4,8 C) 8
D) 4 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

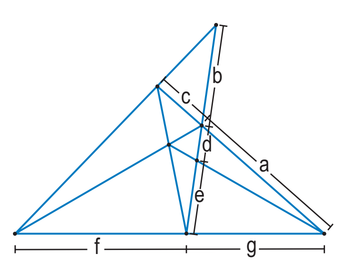
13. Marca con un aspa (X) las proporciones geométricas que también son cuaternas armónicas:



I. $\frac{OP}{QP} = \frac{OR}{QR}$ ☐ II. $\frac{OP}{QR} = \frac{OQ}{RS}$ ☐

III. $\frac{QS}{RS} = \frac{QT}{ST}$ ☐ IV. $\frac{PQ}{RQ} = \frac{PS}{RS}$ ☐

14. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en el siguiente gráfico:



I. Teorema de Menelao:

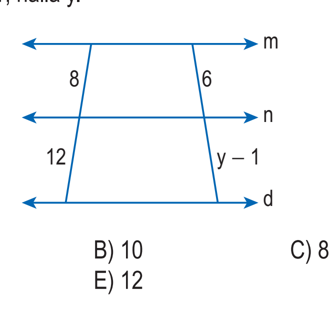
(a + c) ☐☐ = (b + d + e) ☐ (f + g)

II. Teorema de Ceva:

(☐ + ☐) ☐☐ = ☐☐ (☐ + ☐)

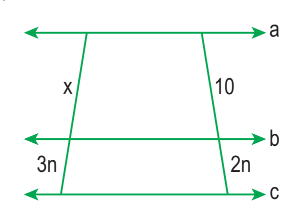
Razonamiento y demostración

15. Si $\overleftrightarrow{m}$ // $\overleftrightarrow{n}$ // $\overleftrightarrow{d}$, halla y.



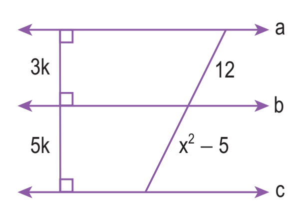
A) 9 B) 10 C) 8
D) 6 E) 12

16. Si $\overleftrightarrow{a}$ // $\overleftrightarrow{b}$ // $\overleftrightarrow{c}$, halla x.



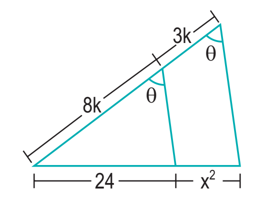
A) 10 B) 12 C) 15
D) 14 E) 16

17. Halla x.



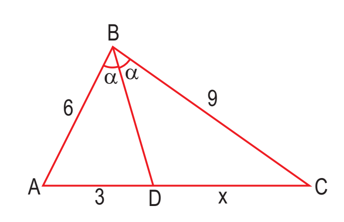
A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

18. Halla x.



A) 8 B) 9 C) 3
D) 6 E) 10

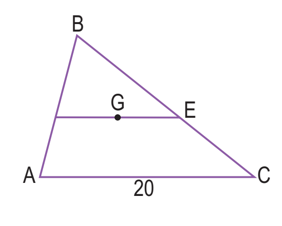
19. Halla x.



A) 4 B) 4,5 C) 5
D) 6 E) 5,5

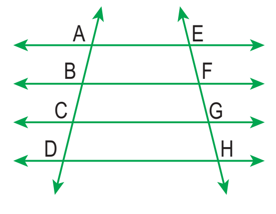
Resolución de problemas

20. En el triángulo ABC, G es baricentro. Halla EC, si BC = 18 y $\overline{GE}$ // $\overline{AC}$.



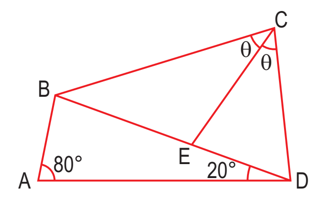
A) 9 B) 6 C) 8 D) 10 E) 5

21. Si: $\overline{AE}$ // $\overline{BF}$ // $\overline{CG}$ // $\overline{DH}$; AB = 5, CD = 7, EG = 13 y FH = 17, calcula FG.



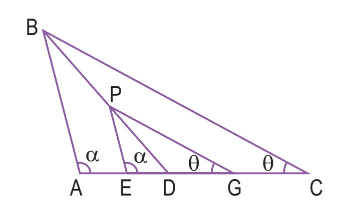
A) 1 B) 2 C) 3 D) 1,5 E) 2,5

22. En la figura: 5(BC) = 4(CD). Si AD = 54, calcula BE.



A) 21 B) 24 C) 26
D) 27 E) 32

23. Si: AE = 3, ED = 1; DG = 4, calcula GC.

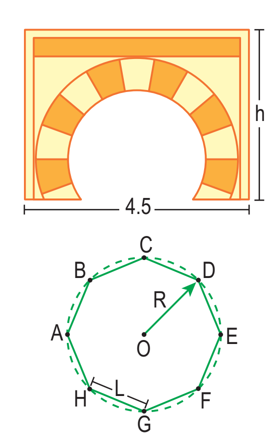


A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

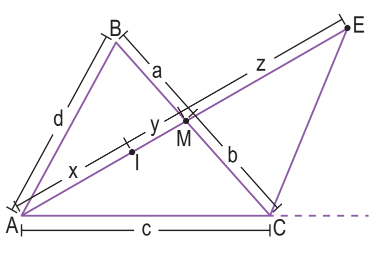
NIVEL 3

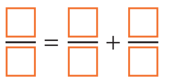
Comunicación matemática

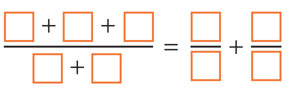
24. Halla la altura del arco o portal representado en la siguiente figura si se sabe que su base y su altura están en la misma proporción que el radio de una circunferencia y el lado del octágono regular inscrito en dicha circunferencia. (Proporción cordobesa)



25. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en el siguiente gráfico: (E es exentro e I es incentro).

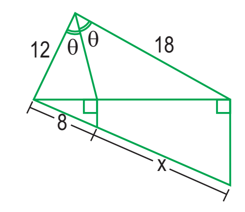


I. Teorema de Incentro: 

II. Teorema del Excentro: 

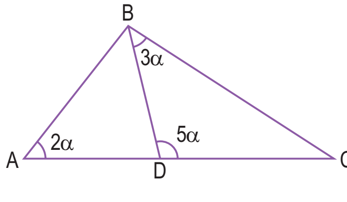
Razonamiento y demostración

26. Halla x.



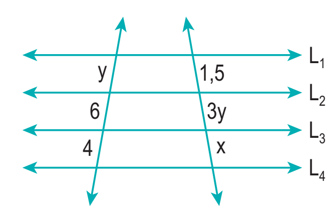
A) 8 B) 9 C) 12
D) 10 E) 15

27. Si: $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{11}$ y AC = 17, calcula AD.



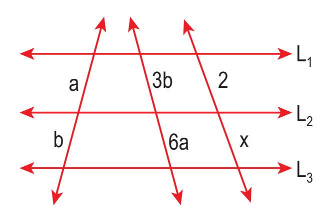
A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) 8

28. Si: $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$ // $\overleftrightarrow{L_4}$, calcula x.



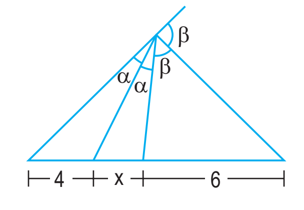
A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

29. Calcula, x si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$.



A) $3\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

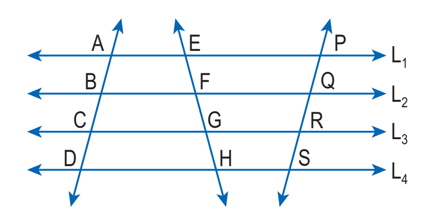
30. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

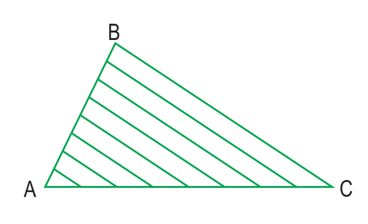
Resolución de problemas

31. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3} // \overleftrightarrow{L_4}$; tal que: AB = 8, BC = 16, GH = 6, 2EF = 3CD y QR = 12. Halla RS.



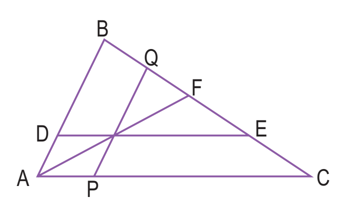
A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

32. El lado AC del ΔABC se divide en 8 partes iguales, trazando siete segmentos de rectas paralelas a BC desde los puntos de división. Si BC = 10, halla la suma de las longitudes de siete paralelas.



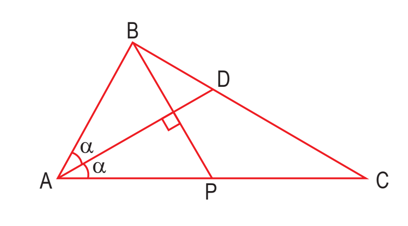
A) 30 B) 31 C) 34
D) 36 E) 35

33. En la figura $\overline{DE} // \overline{AC}$; $\overline{PQ} // \overline{AB}$, CE = 6 EF = 9 y FB = 20. Halla BQ.

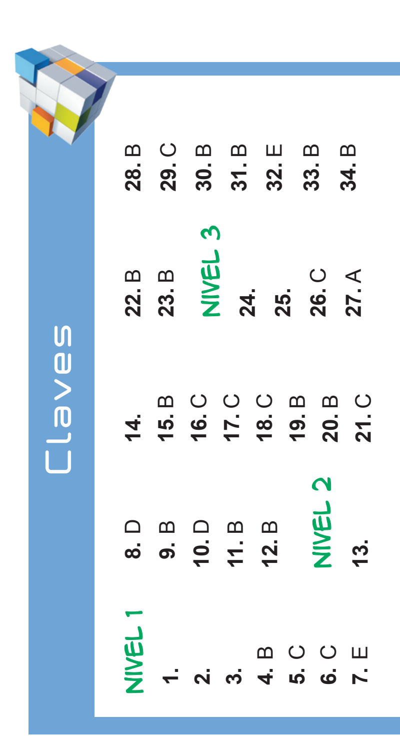


A) 9 B) 8 C) 5
D) 7 E) 6

34. Si: $\frac{AP}{PC} = \frac{1}{3}$ y BC = 25, calcula BD.



A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 10

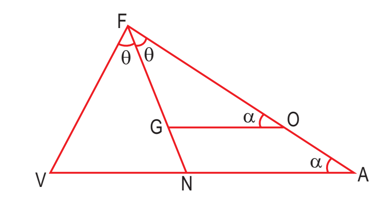




Aplicamos lo aprendido

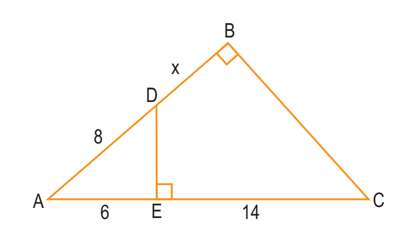
TEMA 2: SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

1 Halla θ, si G es baricentro y 2GO = 3GN.



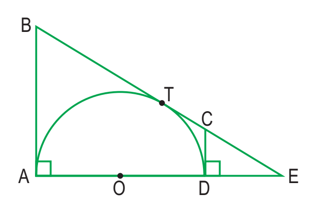
A) 53° B) 45° C) 37° D) $\frac{37°}{2}$ E) $\frac{53°}{2}$

2 Halla x.



A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 6,5

3 Calcula EC; si: AB = 10 y CD = 2

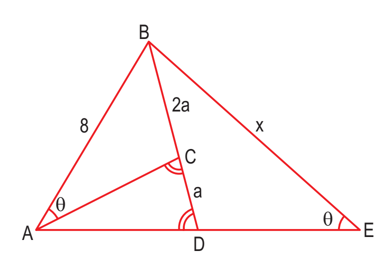


A) 4 B) 3 C) 5 D) 2,5 E) 3,5

4 En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la mediatriz de $\overline{AC}$ que interseca al lado BC en el punto M, calcula BM, si BC = 10 y AC = 12.

A) 2,4 B) 2,6 C) 2,8 D) 3,2 E) 3,4

5 Halla x.

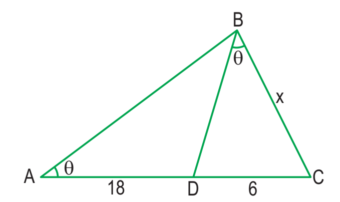


A) 10 B) 9 C) 14 D) 12 E) 6

6 Se tiene un trapecio rectángulo ABCD donde m∠A = m∠B = 90°, sobre $\overline{AB}$ se toma M punto medio. Calcula AB si BC = 4, AD = 9 y m∠CMD = 90°.

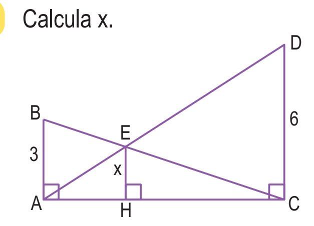
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

7 Del gráfico mostrado, calcula x.



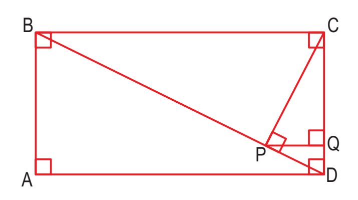
A) 6 B) 9 C) 18
D) 15 E) 12

8 Calcula x.



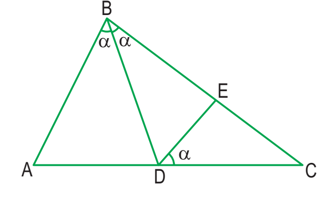
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

9 Calcula PC, si PQ = 4 y AD = 25.



A) 8 B) 10 C) 12
D) 16 E) 20

10 En el gráfico si: AB = 9 y BE = 4. Calcula BD.

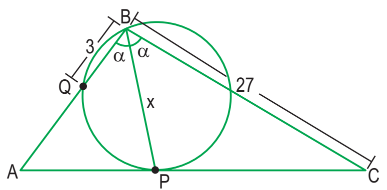


A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 10

11 En un triángulo ABC, cuyos lados AB y $\overline{BC}$ miden 8 y 6, respectivamente, se ubica el punto D sobre AB.
Si la m∠BAC = m∠BCD, calcula AD.

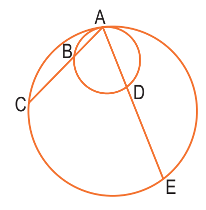
A) 3 B) 3,2 C) 3,5
D) 4 E) 4,2

12 Calcula x.



A) 27 B) 6 C) 9
D) 81 E) 36

13 Del gráfico 3AB = 2BC. Si DE = 9. Calcula AE (A punto de tangencia).



A) 24 B) 10 C) 45
D) 12 E) 15

14 En un cuadrado ABCD, en el lado $\overline{BC}$, se ubica el punto E de modo que las prolongaciones de $\overline{AE}$ y $\overline{DC}$ se intersecan en F.
Si BE = 8 cm y EC = 4 cm, entonces EF será:

A) $2\sqrt{13}$ cm B) $\sqrt{13}$ cm C) 6 cm
D) 12 cm E) 8 cm

Claves

1. C	3. B	5. D	7. E	9. B	11. C	13. E
2. C	4. C	6. D	8. A	10. C	12. C	14. A

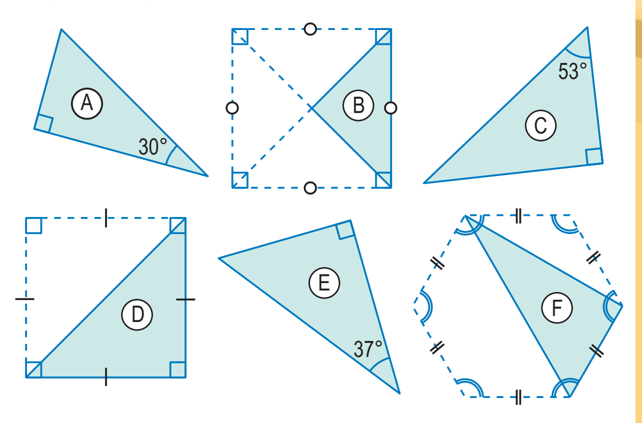
Practiquemos



NIVEL 1

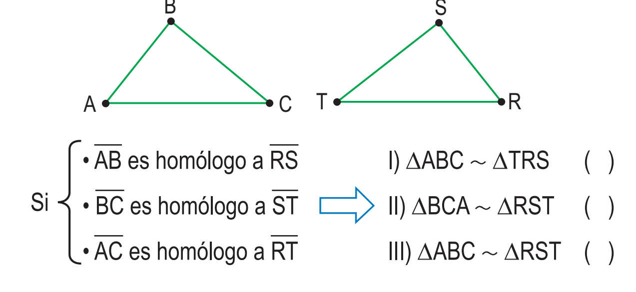
Comunicación matemática

1. Completa los espacios en blanco teniendo en cuenta las siguientes figuras.



I. ◯ ~ (D) II. (C) ~ ◯ III) ◯ ~ ◯

2. Coloca ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto), según corresponda y teniendo en cuenta el siguiente gráfico.

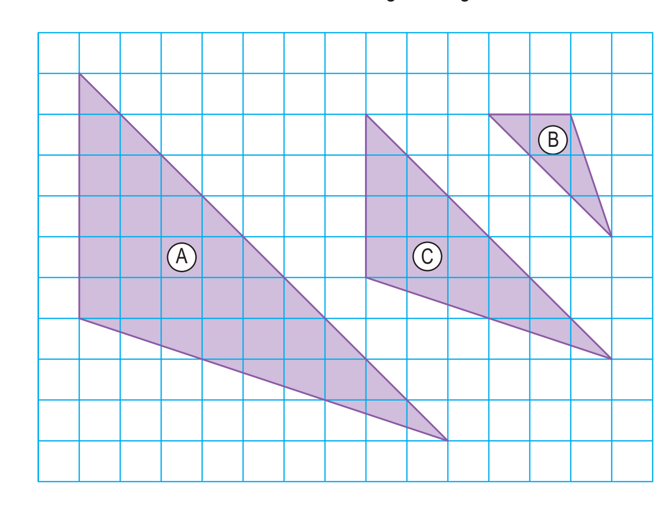


Si
- $\overline{AB}$ es homólogo a $\overline{RS}$
- $\overline{BC}$ es homólogo a $\overline{ST}$
- $\overline{AC}$ es homólogo a $\overline{RT}$

⇨

I) $\Delta ABC \sim \Delta TRS$ ( )
II) $\Delta BCA \sim \Delta RST$ ( )
III) $\Delta ABC \sim \Delta RST$ ( )

3. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

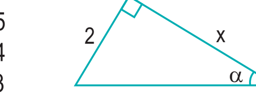


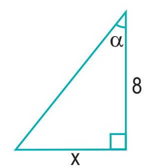
I. Constante de proporcionalidad entre A y B. ( ) 1/2
II. Razón de semejanza entre A y C. ( ) 3
III. Constante de proporcionalidad entre B y C. ( ) 3/2

Razonamiento y demostración

4. Calcula x.

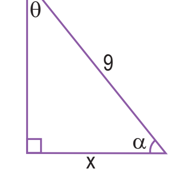
A) 10
B) 6
C) 5
D) 4
E) 3

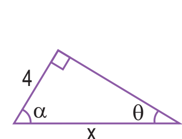




5. Calcula x.

A) 2
B) 4
C) 6
D) 7
E) 8





6. Halla x.

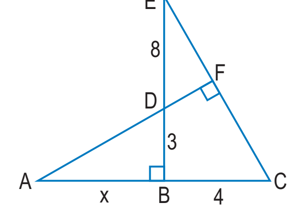
A) 12
B) 13,5
C) 15
D) 17
E) 10

7. Halla x.

A) $\frac{32}{3}$ B) $\frac{33}{4}$

C) $\frac{35}{6}$ D) $\frac{38}{4}$

E) $\frac{32}{5}$



Resolución de problemas

8. En un romboide ABCD se traza $\overline{AM}$ y $\overline{DM}$ (M es punto medio de $\overline{BC}$) tal que: $\overline{AM} \cap \overline{BD} = \{P\}$ y $\overline{DM} \cap \overline{AC} = \{Q\}$. Calcula PQ, si: AD = 12

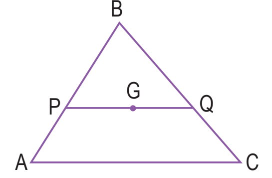
A) 4 B) 6 C) 8 D) 5 E) 10

9. Una circunferencia es tangente a una recta y pasa por un punto que dista 8 cm de la tangente y 20 cm del punto de tangencia. Calcula el radio de dicha circunferencia.

A) 24 cm B) 32 cm C) 12,5 cm D) 25 cm E) 50 cm

10. Calcula PQ, ($\overline{PQ}$ // $\overline{AC}$) si: AC = 12 y G: baricentro del ΔABC.

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 8



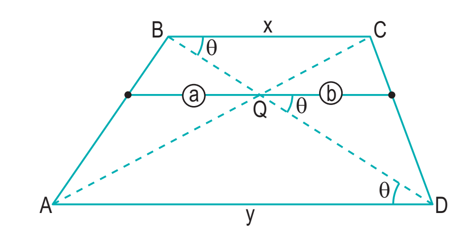
11. En un rectángulo ABCD se traza $\overline{DH}$ perpendicular a $\overline{AC}$ ($H \in \overline{AC}$), y $\overline{HQ}$ es perpendicular a $\overline{AD}$. Calcula DH, si: HQ = 3 y AB = 12

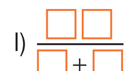
A) 9 B) 7,5 C) 6 D) 4,5 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Completa los recuadros en blanco, según corresponda:



I)  II) $\frac{1}{b} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$ III) $a - b = \square$

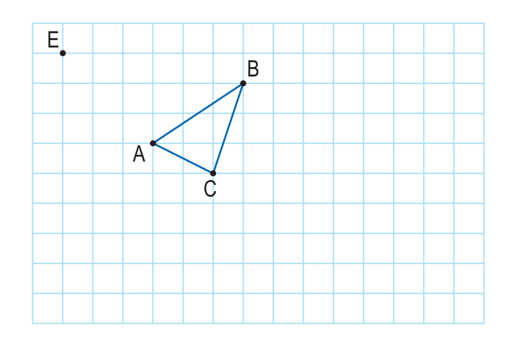
13. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda:

I. Si la constante de proporcionalidad de dos triángulos semejantes es igual a 1; entonces dichos triángulos no son congruentes. ( )

II. Si la constante de proporcionalidad de dos triángulos semejantes es menor que 1; entonces dichos triángulos son congruentes. ( )

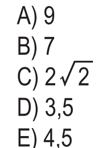
III. Si la constante de proporcionalidad de dos triángulos semejantes es mayor que 1; entonces dichos triángulos no son congruentes. ( )

14. Construye un triángulo desde el punto exterior E y cuyas dimensiones sean el doble de las dimensiones del $\triangle ABC$.

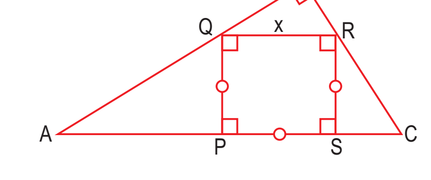


Razonamiento y demostración

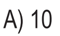
15. Calcula x, si AP = 8 y SC = 1.



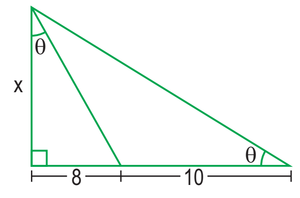
A) 9
B) 7
C) $2\sqrt{2}$
D) 3,5
E) 4,5



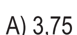
16. Halla x.



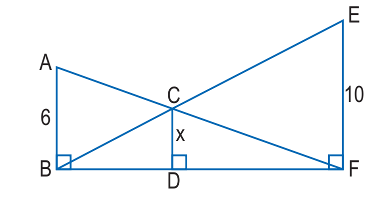
A) 10
B) 14
C) 12
D) 16
E) 13



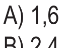
17. En el gráfico, calcula x.



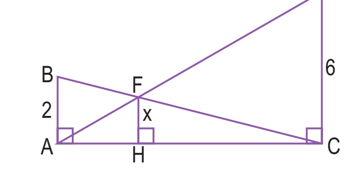
A) 3,75
B) 5
C) 7
D) 4
E) 6



18. En la figura mostrada, calcula x.

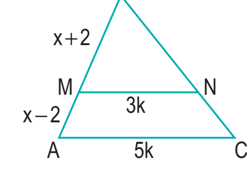


A) 1,6
B) 2,4
C) 1,2
D) 1,8
E) 1,5



19. Si $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$, calcula x.

A) 5
B) 7
C) 9
D) 10
E) 12



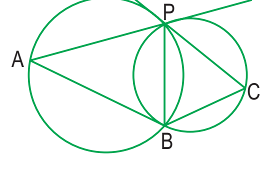
Resolución de problemas

20. En un triángulo ABC se traza la altura BH. Calcula la longitud del lado del cuadrado inscrito en el triángulo, si uno de los lados del cuadrado pertenece al lado AC, BH = 6 y AC = 4.

A) 2 B) 2,4 C) 5 D) 1 E) $2\sqrt{6}$

21. En la figura $\overline{AP}$ y $\overline{CP}$ son tangentes, AB = 9 y BC = 4. Calcula PB.

A) 6
B) 7,5
C) 6,5
D) 6,6
E) 8

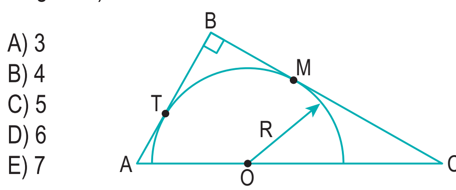


22. Calcula AT, si T es punto de tangencia, AB = 4 y TC = 3(TB).

A) 5
B) 8
C) 10
D) 12
E) 16

23. En la figura, si AT = 2 y MC = 8, calcula R (T y M son puntos de tangencia).

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7



NIVEL 3

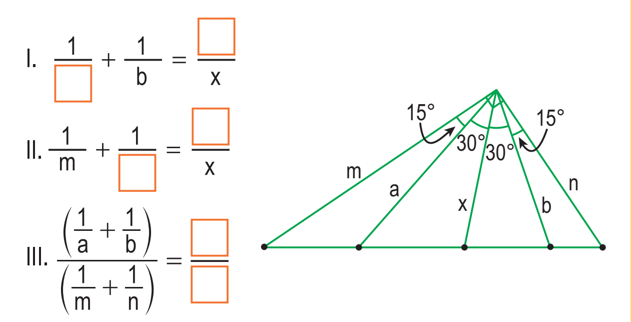
Comunicación matemática

24. Completa los recuadros en blanco con los valores presentes en la siguiente figura:

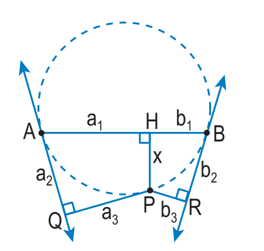
I. $\frac{1}{\square} + \frac{1}{b} = \frac{\square}{x}$

II. $\frac{1}{m} + \frac{1}{\square} = \frac{\square}{x}$

III. $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)} = \frac{\square}{\square}$

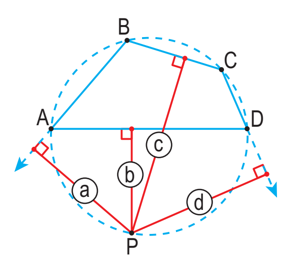


25. Marca ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto), según corresponda:



I. $x^2 = a_1b_1$ ( )
II. $x^2 = a_2b_2$ ( )
III. $x^2 = a_3b_3$ ( )

26. Coloca V (verdadero) o F (falso), según corresponda y teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

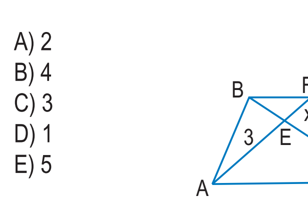


I. ab = cd ( )
II. ac = bd ( )
III. ad = bc ( )

Razonamiento y demostración

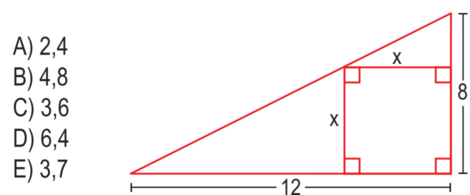
27. Calcula x, si ABCD es un romboide.

A) 2
B) 4
C) 3
D) 1
E) 5



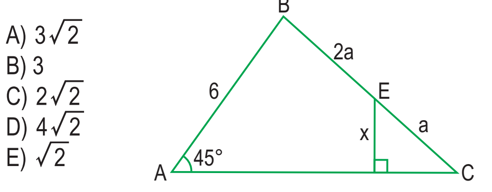
28. Halla x.

A) 2,4
B) 4,8
C) 3,6
D) 6,4
E) 3,7



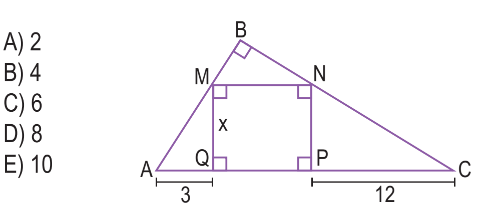
29. Halla x.

A) $3\sqrt{2}$
B) 3
C) $2\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$
E) $\sqrt{2}$



30. Calcula x, (MNPQ es un cuadrado).

A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10



Resolución de problemas

31. Los catetos de un triángulo rectángulo miden k y n. Calcula la longitud de la bisectriz interior relativa a la hipotenusa.

A) $\frac{2kn}{k+n}$ B) $\frac{kn}{k+n}$ C) $\frac{kn\sqrt{2}}{k+n}$

D) $\frac{2kn\sqrt{2}}{k+n}$ E) $\frac{2kn\sqrt{3}}{k+n}$

32. Se tiene un romboide ABCD y se ubica un punto L en la prolongación de $\overline{AD}$, tal que $\overline{BL}$ interseca a $\overline{AC}$ y a $\overline{CD}$ en P y Q respectivamente. Si BP = 4 y PQ = 1, calcula QL.

A) 13 B) 15 C) 16 D) 14 E) 18

33. Se tiene un triángulo isósceles ABC, AB = BC, en $\overline{AB}$ se ubica en el punto E y se une E con un punto D situado en la prolongación de $\overline{BC}$, tal que $\overline{ED}$ interseca a $\overline{AC}$ en P.
Si CD = 6, AE = 5 y EP = 8, calcula PD.

A) 8,5 B) 9 C) 9,6 D) 10 E) 10,2

Claves

NIVEL 1

1.
2.
3.
4. D
5. C
6. B
7. B
8. C
9. D
10. E
11. C

NIVEL 2

12.
13.
14.
15. C
16. C
17. A
18. E
19. D
20. B
21. A
22. D
23. B

NIVEL 3

24.
25.
26.
27. D
28. B
29. E
30. C
31. C
32. B
33. C

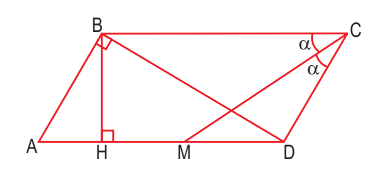




Aplicamos lo aprendido

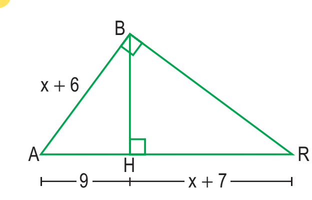
TEMA 3: RELACIONES MÉTRICAS

1 En la figura AB = CD = 6 y HM = 10. Calcula AH. Si $\overline{BC} // \overline{AD}$



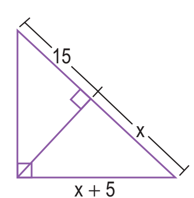
A) 1 B) 4 C) 3
D) 2 E) 2,5

2 Halla HR.



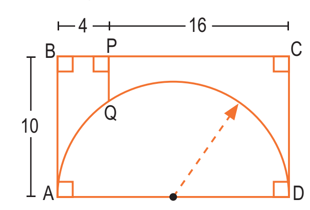
A) 15 B) 16 C) 12
D) 13 E) 17

3 Halla x.



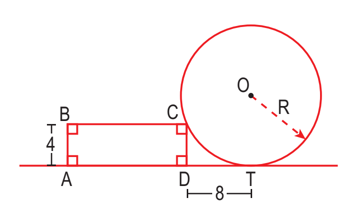
A) 8 B) 4 C) 5
D) 10 E) 7

4 En la figura, calcula PQ.



A) 5 B) 2 C) 4
D) 1 E) 3

5 En la figura, calcula el radio de la circunferencia.



A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

6 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4. Halla la medida de la altura relativa a la hipotenusa.

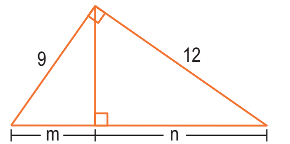
A) 2,4 B) 3,6 C) 6
D) 4,8 E) 1,2

7 En un triángulo rectángulo de perímetro 10, el producto de sus catetos es 5. Calcula la altura relativa a la hipotenusa.

A) 9/2 B) 10/9 C) 9/10
D) 8/3 E) 11/9

8 Del siguiente gráfico, halla: n – m





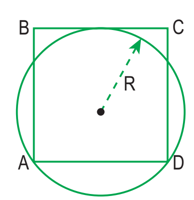
A) 4,2 B) 3,5 C) 7,2
D) 2,7 E) 8,9

9 Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en B, en $\overline{AC}$ se ubican los puntos P y Q, tal que PBQ es equilátero; si AP = 1 y AQ = 5, calcula QC.

A) 2 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$
D) 1 E) 2,5

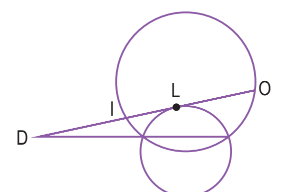
10 En la figura mostrada, ABCD es un cuadrado de lado 8 m. Halla el radio de la circunferencia.





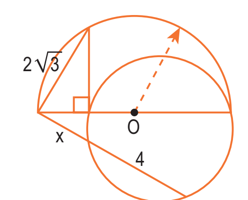
A) 2 m B) 3 m C) 4 m
D) 5 m E) 6 m

11 Calcula DI si IL = 4 y LO = 6 (L es punto de tangencia).



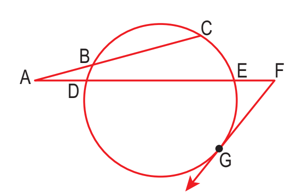
A) 8 B) 7 C) 9
D) 10 E) 6

12 Calcula x.



A) 6 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

13 Halla FG, si AB =3, BC = EF = 9 y AD = 2.



A) 15 B) 17 C) 22
D) 16 E) 18

14 Calcula HI, si 8(GH) = 4(FG) = EF = 8

A) 1 B) 5 C) 3
D) 2 E) 4

Claves

1. D 2. B 3. C 4. B 5. A 6. A 7. B 8. A 9. A 10. D 11. A 12. D 13. A 14. E

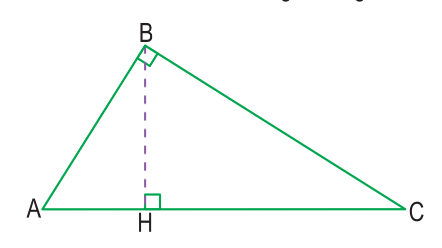


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Proyección de $\overline{AC}$ sobre $\overline{AB}$. ( ) $\overline{AH}$

II. Proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$. ( ) $\overline{HC}$

III. Proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{BH}$. ( ) $\overline{AB}$

IV. Proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$. ( ) $\overline{BH}$

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el gráfico del problema anterior.

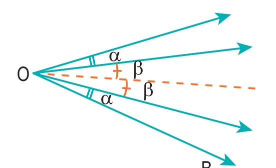
I. El triángulo ABC es semejante al triángulo BHC. ( )

II. BH es la altura relativa a la hipotenusa. ( )

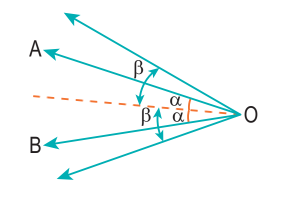
III. $\overline{HC}$ es la proyección cónica de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$. ( )

3. Relaciona:

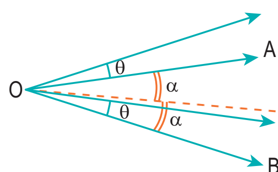
I. Rectas isogonales exteriores ( )



II. Rectas isogonales interiores ( )

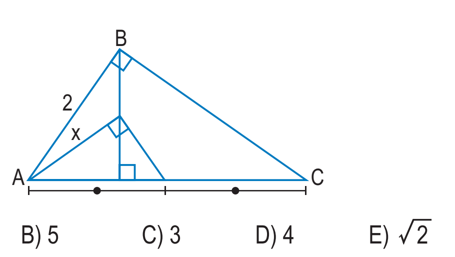


III. Rectas no isogonales ( )



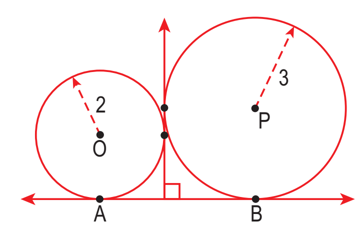
Razonamiento y demostración

4. En la figura calcula x.



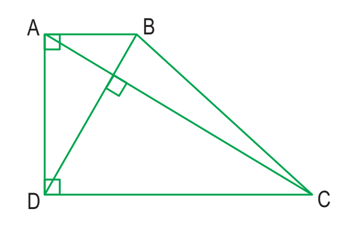
A) 1 B) 5 C) 3 D) 4 E) $\sqrt{2}$

5. En el gráfico calcula la distancia OP.



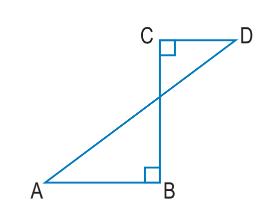
A) $\sqrt{26}$ B) 5 C) 3
D) 1 E) 8

6. Calcula la longitud de la altura del trapecio ABCD, si AB = 4 y CD = 9.



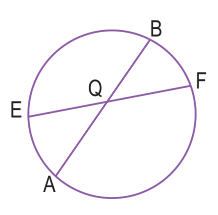
A) 13 B) 6 C) 5
D) 6,5 E) 4

7. En la figura, AD = 17, BC = 8 y CD = 7. Calcula AB.



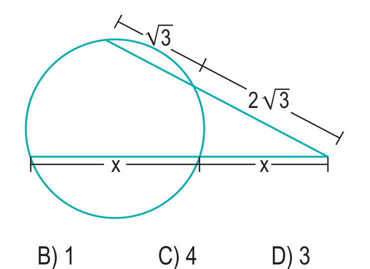
A) 5 B) 6 C) 4 D) 7 E) 8

8. Si AQ = QB, EQ = 12 y QF = 27, calcula AB.



A) 18 B) 24 C) 36
D) 20 E) 48

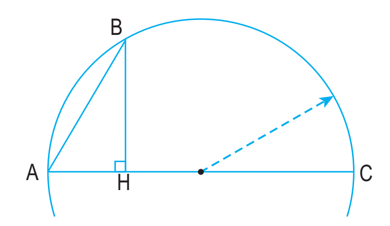
9. En la figura calcula x.



A) 2 B) 1 C) 4 D) 3 E) 5

Resolución de problemas

10. En la figura, R = 6 m y AH = 2 m. Calcula AB.



A) 2 m B) 3 m C) $2\sqrt{6}$ m
D) $3\sqrt{6}$ m E) $4\sqrt{6}$ m

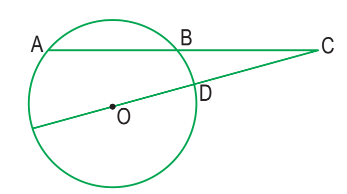
11. Desde un punto P exterior a una circunferencia de 7 cm de radio, se traza una tangente PA cuya longitud es 24 cm. Determina la longitud de la secante PBC que pasa por el centro de la circunferencia.

A) 14 cm B) 21 cm C) 18 cm
D) 32 cm E) 30 cm

12. En una circunferencia, una cuerda que mide 6 y un radio se bisecan mutuamente. Halla la longitud del radio.

A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{2}$ E) 6

13. En la circunferencia de centro O, mostrada en la figura, AB = 40, BC = 16 y CD = 14. Calcula el radio.



A) 12,5 B) 25 C) 50
D) 33,33 E) 40

14. Calcula el circunradio de un triángulo isósceles de base $2\sqrt{7}$ y altura 7.

A) 4 B) 6 C) 7 D) 5 E) 8

15. Los lados de un triángulo miden 9; 10 y 11. Halla la longitud de la mayor altura.

A) $7\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $\frac{20\sqrt{2}}{3}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $\frac{60\sqrt{2}}{11}$

16. Los lados de un triángulo miden 9; 10 y 17. Calcula la proyección del lado intermedio sobre el lado menor.

A) 5 B) 4 C) 8 D) 9 E) 6

17. Los lados de un triángulo miden 8; 10 y 12. Calcula la proyección del lado intermedio sobre el lado mayor.

A) 6 B) 8 C) 7 D) 5 E) 15/2

18. En una circunferencia, cuyo radio se quiere conocer, una cuerda de 20 cm tiene una flecha de 2 cm. Dicho radio, mide:

A) 18 cm B) 26 cm C) 20 cm
D) 24 cm E) 28 cm

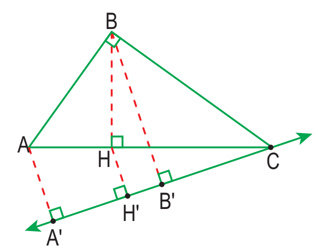
19. ABCD es un trapecio inscrito en una circunferencia de diámetro AD = 34 cm. Halla BC, si la altura del trapecio mide 15 cm.

A) 17 cm B) 16 cm C) 14 cm D) 28 cm E) 18 cm

NIVEL 2

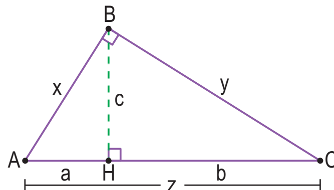
Comunicación matemática

20. Coloca V (verdadero) o F (falso), teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. $\overline{AH}$ es la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$. ( )
II. $\overline{A'B'}$ es la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$. ( )
III. $\overline{A'C}$ es la proyección de $\overline{AC}$ sobre $\overline{A'C}$. ( )

21. Marca las alternativas correctas, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Teorema n.° 1 de relaciones métricas en el triángulo rectángulo:
$a^2 = cx$ ☐
$x^2 = az$ ☐
$x^2 = bz$ ☐

II. Teorema n.° 2 de relaciones métricas en el triángulo rectángulo:
$b^2 = cy$ ☐
$y^2 = az$ ☐
$y^2 = bz$ ☐

Razonamiento y demostración

22. Calcula R, si: PM = 10 y MB = 2.

A) 20
B) 16
C) 18
D) 24
E) 26

23. En la figura, AP = 6 y PC = 4. Calcula BP.

A) $4\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{2}$
C) $3\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{6}$
E) $\sqrt{6}$

24. En la figura, CP = 3, PB = 4 y BA = 5. Calcula CD.

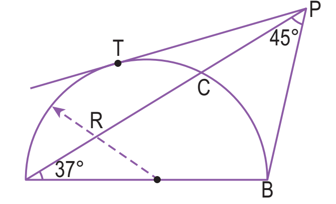
A) 8
B) 6
C) 9
D) 10
E) 11

25. Calcula x, si a. b. c. d = 625.

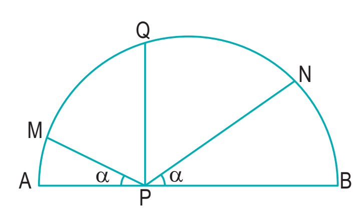
A) $\sqrt{2}$
B) $\sqrt{3}$
C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$
E) $\sqrt{11}$

26. En la figura, R = 5. Calcula PT.

A) $7\sqrt{6}$
B) $4\sqrt{3}$
C) $4\sqrt{7}$
D) $2\sqrt{21}$
E) $2\sqrt{14}$



27. En la figura, calcula PQ, si MP = 4, NP = 9, $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ ($\overline{AB}$ es diámetro).



A) 6 B) 5 C) 6,5 D) 4 E) 7

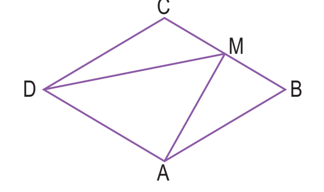
Resolución de problemas

28. En un triángulo ABC recto en B, AB = 2, BC = 3. Calcula el radio de la circunferencia que pasa por C y es tangente a $\overline{AB}$ en A.

A) 13 B) 2 C) 13/6 D) 5 E) 6

29. Si ABCD es un rombo, BM = MC, AM = 10 y MD = 12. Calcula el lado de dicho rombo.

A) $2\sqrt{6}$
B) $3\sqrt{6}$
C) $2\sqrt{122/5}$
D) $\sqrt{122/5}$
E) $4\sqrt{5}$



30. En un trapecio isósceles ABCD, $\overline{BC} // \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{CD}$, BC = 7 y AC = 20. Halla AD.

A) 25 B) 26 C) 30 D) 21 E) 24

31. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 m y la altura relativa a ella mide 6 m. Calcula la diferencia de los catetos.

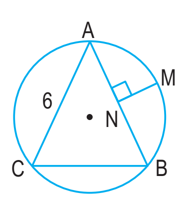
A) 3 m B) 4 m C) $2\sqrt{5}$ m
D) $3\sqrt{5}$ m E) $6\sqrt{5}$ m

32. Las diagonales AC y BD de un trapecio ABCD miden 5 y 7 respectivamente. Calcula la longitud de la mediana del trapecio, si: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

A) 3 B) $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$ C) 4
D) $\dfrac{\sqrt{45}}{2}$ E) 5

33. En el gráfico: $m\overset{\frown}{AM} = m\overset{\frown}{MB}$ y ABC es equilátero. Calcula MN.

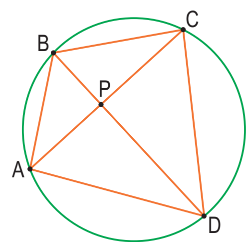
A) 1
B) $\sqrt{2}$
C) $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{2}$
E) $2\sqrt{3}$



NIVEL 3

Comunicación matemática

34. Completa los recuadros en blanco, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Teorema de las cuerdas: AP ☐ = ☐ PD

II. Teorema de Ptolomeo: AB ☐ + ☐ ☐ = AC ☐

III. Teorema de Viette: $\dfrac{\square AD + BC \square}{AB \square + \square CD} = \dfrac{\square}{BD}$

35. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

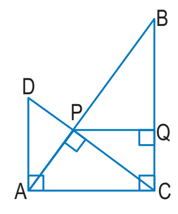
I. Las rectas isogonales presentes en un ángulo son simétricas respecto a la bisectriz de dicho ángulo. ( )

II. Las rectas isogonales exteriores presentes en un ángulo se encuentran en el interior de dicho ángulo. ( )

III. Las rectas isogonales interiores presentes en un ángulo se encuentran en el exterior de dicho ángulo. ( )

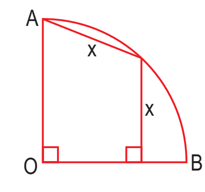
Razonamiento y demostración

36. Según el gráfico (AD + BC)(QC) = 36. Calcula: AC.



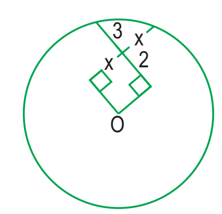
A) 8 B) 9 C) 6
D) 15 E) 12

37. Calcula x si el radio del cuadrante mide 1.



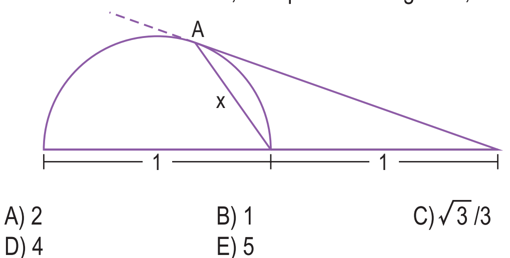
A) 2 B) 6 C) 4
D) 3 E) $\sqrt{3} - 1$

38. En la circunferencia de centro O, calcula x.



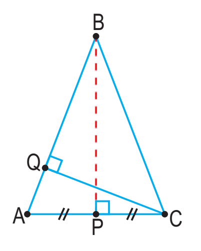
A) 3 B) 5 C) 2
D) $\sqrt{7}$ E) 6

39. En la semicircunferencia, A es punto de tangencia, calcula x.



A) 2 B) 1 C) $\sqrt{3}/3$
D) 4 E) 5

40. Calcula AB, si AB . QC = 11 y BP – AP = 10.



A) 15 B) 10 C) 8
D) 13 E) 12

Resolución de problemas

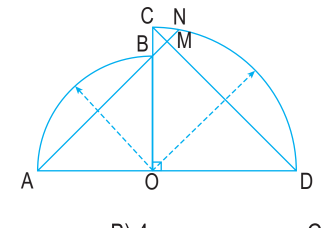
41. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la altura BH. Si: AH = BC y (AB)(BH) = 12. Calcula BC.

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

42. Calcula el radio de la circunferencia inscrita en un trapecio rectángulo cuyas bases miden 2 y 3.

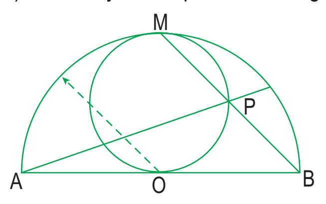
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

43. Según el gráfico, calcula AB, si BM = 3 y MN = 2.



A) 7 B) 4 C) 5
D) 8 E) 9

44. En el gráfico, calcula el radio de la semicircunferencia, sabiendo que (MP)(PB) = 32. M y O son puntos de tangencia.



A) 4 B) 6 C) 9
D) 10 E) 8

45. Las circunferencias C_1 y C_2 se intersecan en los puntos B y C, donde $\overline{BC}$ es el diámetro de C_2 y $\overline{AC}$ es el diámetro de C_1 y corta a C_2 en Q. Una recta que pasa por B corta a $\overparen{QC}$ y a $\overline{QC}$ en R y P respectivamente, tal que $\overline{PC}$ es la bisectriz del ∠BCR. Calcula AB, si PC = 6 y AQ = 3.

A) 6 B) 15 C) 21
D) 12 E) 9

Claves

NIVEL 1

1.
2.
3.
4. E
5. A
6. B
7. E
8. C
9. D
10. C
11. D
12. A
13. B
14. A
15. E
16. E
17. E
18. B
19. B

NIVEL 2

20.
21.
22. E
23. D
24. C
25. E
26. D
27. A
28. C
29. C
30. A
31. D
32. C
33. C

NIVEL 3

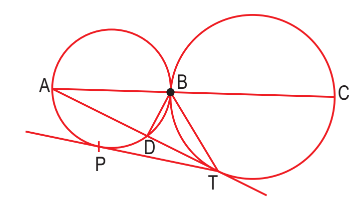
34.
35.
36. C
37. E
38. D
39. C
40. E
41. B
42. B
43. A
44. E
45. A




Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1 Según el gráfico B, P y T son puntos de tangencia; si BD = 1 cm. BT = 3 cm. y PT = 4 cm. Halla la medida de AB.



A) 7 cm B) $2\sqrt{2}$ cm C) 2 cm
D) 5 cm E) $4\sqrt{3}$ cm

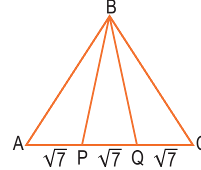
2 En un paralelogramo ABCD, AB = 9, BC = 13. Si una de las diagonales mide 20, calcula la medida de la otra diagonal.

A) 15 B) 21 C) 24
D) 7 E) 10

3 Calcula la menor altura de un triángulo cuyos lados miden 16; 24 y 32.

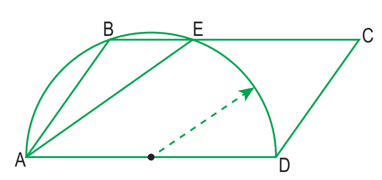
A) $16\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{15}$ C) $8\sqrt{15}$
D) $4\sqrt{20}$ E) $16\sqrt{3}$

4 El triángulo ABC mostrado es equilátero, calcula $\overline{BP}$.

A) 7 B) $3\sqrt{7}$ C) $2\sqrt{5}$
D) $\sqrt{7}$ E) $\sqrt{11}$

5 En el gráfico; ABCD es un romboide. Si BE = 3 y EC = 9, calcula AE.

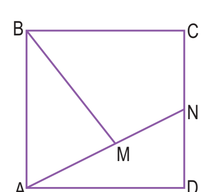


A) $4\sqrt{7}$ B) $3\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{8}$
D) $3\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{3}$

6 En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior BF y la mediana BM, de tal manera que MF = BF y (AB)(BC) = 25 m^2. Calcula AC.

A) 15 m B) 10 m C) 12,5 m
D) 5 m E) 20 m

7 Si ABCD es un cuadrado CN = ND, AM = MN. Calcula BM si AC = $4\sqrt{2}$ u.



A) 12 u B) $4\sqrt{3}$ u C) $3\sqrt{5}$ u
D) $7\sqrt{2}$ u E) $\sqrt{13}$ u

8 En un trapecio ABCD, $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$, además AB = 9, BC = 6, CD = 13 y AD = 16. Halla la medida del segmento que une los puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$.

A) 15 B) 8 C) 10
D) 7 E) 12

9 En un triángulo ABC se sabe: AB = 6, BC = 10 y AC = 12. Si en $\overline{AC}$ se toma un punto Q, de tal manera que AQ = 3. Calcula BQ.

A) 6 B) 7 C) 5
D) 5,5 E) 5,2

10 En la figura calcula x.

A) 1 B) 3 C) 8
D) 5 E) 7

11 En un triángulo ABC, AB = 13, BC = 15 y AC = 14. Calcula la altura relativa al lado intermedio.

A) 8 B) 11 C) 13
D) 12 E) 10

12 En un triángulo los lados miden $8\sqrt{2}$, 10 y 14. Halla la proyección del lado que mide $8\sqrt{2}$, sobre el lado mayor.

A) 9 B) 8 C) 12
D) 10 E) 11

13 En un $\triangle$ABC, se traza la ceviana BD, tal que: AD = 3 y DC = 9. Calcula BD, si AB = 6 y BC = 8.

A) 4 B) 6 C) 8
D) 5 E) 7

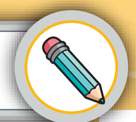
14 En un trapecio ABCD, $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$; AB = 15, BC = 10, CD = 13 y AD = 24. Halla la longitud de la altura.

A) 9 B) 14 C) 12
D) 13 E) 15

Claves

1. A 3. B 5. B 7. E 9. C 11. D 13. A
2. E 4. A 6. B 8. C 10. A 12. B 14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca A (triángulo acutángulo), R (triángulo rectángulo) O(triángulo obtusángulo) ó ∄ (triángulo inexistente); según corresponda y teniendo en cuenta las longitudes de los lados de cada uno de los triángulos.

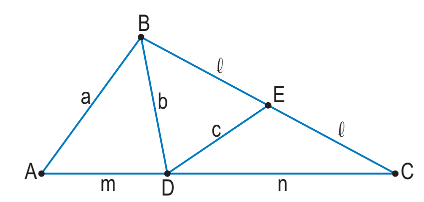
I. $\triangle ABC$, donde: AB = 10, BC = 20 y CD = 30. ( )

II. $\triangle MNP$, donde: MN = 70, NP = 60 y PM = 50. ( )

III. $\triangle RST$, donde: RS = 13, ST = 12 y TR = 5 ( )

IV. $\triangle XYZ$, donde: XY = 5, YZ = 6 y ZX = 9 ( )

2. Completa las expresiones con los símbolos +, – o = según corresponda y teniendo en cuenta el siguiente gráfico.



I. Teorema de Steward:

a^2n ☐ $4\ell^2m$ ☐ $b^2(m+n)$ ☐ $(m+n)mn$

II. Teorema de la ceviana exterior:

$4\ell^2m$ ☐ $a^2(m+n)$ ☐ a^2n ☐ $nm(m+n)$

III. Teorema de la mediana:

n^2 ☐ b^2 ☐ $2c^2$ ☐ $2\ell^2$

3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. El teorema de Steward también se cumple en cevianas exteriores al triángulo. ( )

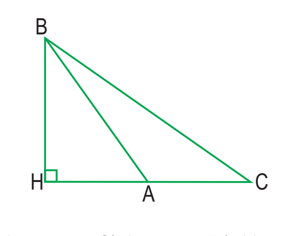
II. El segundo teorema de Booth se deduce teniendo en cuenta de que el baricentro divide a las medianas en segmentos que se encuentran en la proporción de 2 a 1. ( )

III. Para hallar la naturaleza de un triángulo no es necesario comprobar primero su existencia. ( )

Razonamiento y demostración

4. Calcula AH.

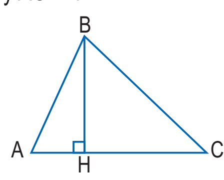
Si: AB = 17, BC = 25 y AC = 12



A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 4

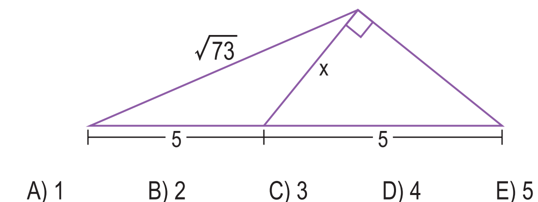
5. Calcula AH.

Si: AB = 5, BC = 6 y AC = 7



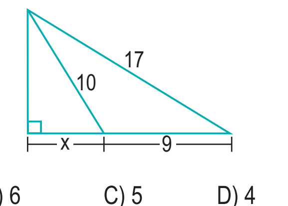
A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{13}{7}$ C) $\frac{19}{7}$ D) $\frac{17}{7}$ E) $\frac{15}{7}$

6. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. En la figura, calcula x.



A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Resolución de problemas

8. En un triángulo ABC, las medidas de sus lados tienen la siguiente relación: $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

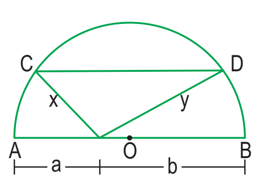
Calcula: $m\angle A$.

A) 30° B) 60° C) 90° D) 53° E) 37°

9. En un trapecio las bases miden 4 y 16 y los lados no paralelos 10 y 14. Calcula la longitud del segmento que une los puntos medios de las bases.

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{7}$ D) $4\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{5}$

10. En la figura, calcula $x^2 + y^2$, si $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ y $a^2 + b^2 = 100$.



A) 50 B) 80 C) 200 D) 100 E) 90

11. Calcula la medida de uno de los ángulos interiores de un triángulo ABC, si:

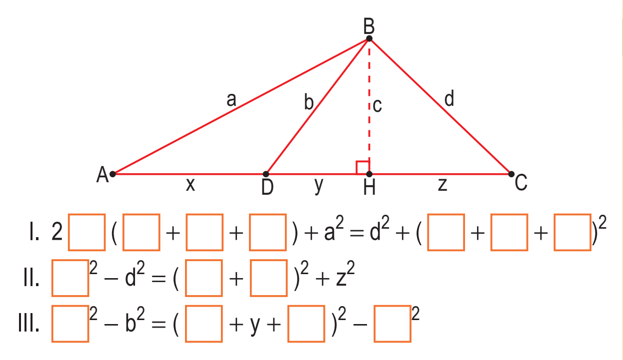
$$a^2 = b^2 + c^2 - bc\sqrt{3}$$

A) 45° B) 30° C) 60° D) 75° E) 20°

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Rellena los recuadros en blanco con los valores presentes en el siguiente gráfico:

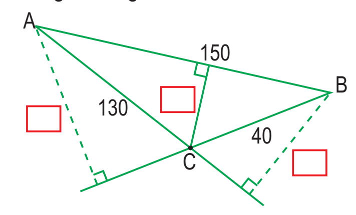


I. $2\square(\square+\square+\square)+a^2=d^2+(\square+\square+\square)^2$

II. $\square^2-d^2=(\square+\square)^2+z^2$

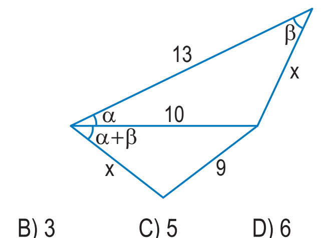
III. $\square^2-b^2=(\square+y+\square)^2-\square^2$

13. Rellena los recuadros en blanco, teniendo en cuenta los valores presentes en el siguiente gráfico.



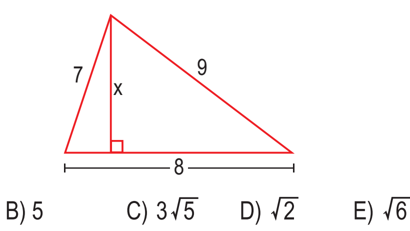
Razonamiento y demostración

14. En la figura, calcula el valor de x.



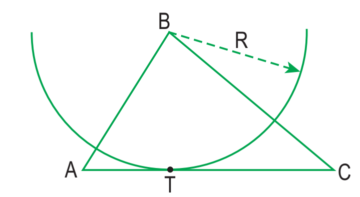
A) 4 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

15. En la figura, calcula x.



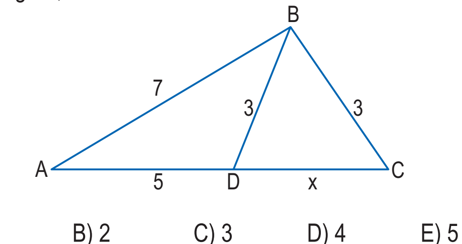
A) 6 B) 5 C) $3\sqrt{5}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{6}$

16. Calcula R si T es punto de tangencia.
Además: AB = 15, BC = 37 y AC = 44



A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

17. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

18. En un triángulo ABC, AB = 3; BC = 7. Calcula el máximo valor entero de AC, si la medida del ángulo B es menor que 90°.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

19. En un triángulo ABC, AB = 13; BC = 14 y la medida del ángulo B es mayor de 90°. Calcula el mínimo valor entero de AC.

A) 18 B) 20 C) 22 D) 25 E) 30

20. En un triángulo acutángulo ABC se han trazado las alturas BE y CD. Si: (AC)(CE) = 88 y (AB)(BD) = 108, calcula BC.

A) 4 B) 25 C) 16 D) 14 E) 23

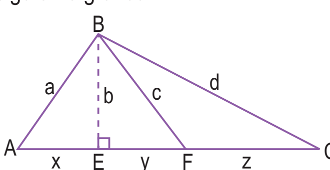
21. En un triángulo ABC, donde: $a^2=b^2+c^2+bc\sqrt{2}$
Calcula uno de sus ángulos interiores.

A) 30° B) 45° C) 60° D) 120° E) 135°

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



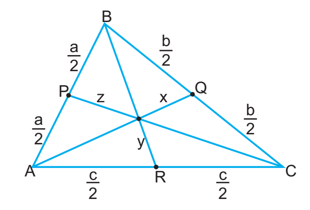
I. $y^2-x^2=c^2-a^2$ ( )

II. $(z+y)^2-y^2=d^2-a^2$ ( )

III. $a^2+(x+y+z)^2-2x(x+y+z)=d^2$ ( )

IV. $d^2=(x+y+z)^2+a^2+2(x+y+z)x$ ( )

23. Marca las alternativas correctas, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Primer teorema de Booth:

$x^2+y^2+z^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{12}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

II. Segundo teorema de Booth:

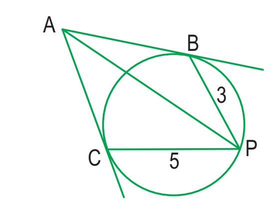
$x^2+y^2+z^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{12}(a^2+b^2+c^2)$ ☐

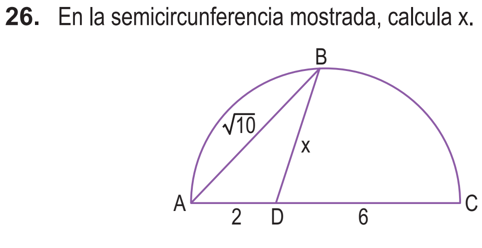
Razonamiento y demostración

24. Calcula el valor de x, si: $b^2 = a^2 + ac$.



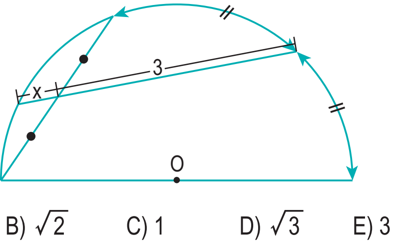
A) 80° B) 40° C) 30° D) 50° E) 20°

25. En la figura, calcula AP, si m∠BAC = 60°.



A) $\sqrt{13}$ B) 7 C) 10 D) $\sqrt{27}$ E) 12

26. En la semicircunferencia mostrada, calcula x.



A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 6

Resolución de problemas

27. En la semicircunferencia de centro O y radio $\sqrt{6}$, calcular el valor de x.

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 3

28. En un paralelogramo ABCD, AB = 3; BC = 5 y AC = 7

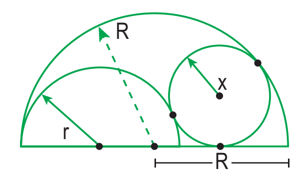
Calcula: m∠A.

A) 30° B) 53° C) 45° D) 60° E) 75°

29. Las medianas de un triángulo miden 9; 12 y 15. Calcula la longitud del menor lado de dicho triángulo.

A) $8\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) 12

30. Calcula x si los radios de las semicircunferencias son R y r.



A) $\frac{4Rr(R-r)}{(R+r)^2}$ B) $\frac{2Rr(R-r)}{(R+r)^2}$ C) $\frac{4Rr(R-r)}{(R-r)^2}$

D) $\frac{4Rr}{(R-r)}$ E) $\frac{2Rr}{(R-r)}$

31. Para qué valores enteros de x el triángulo mostrado es obtusángulo.

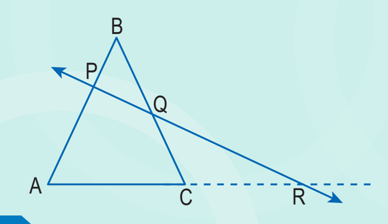
A) 2; 3; 4 y 6 B) 3; 4 y 5 C) 4; 5 y 6

D) 2 y 6 E) 6

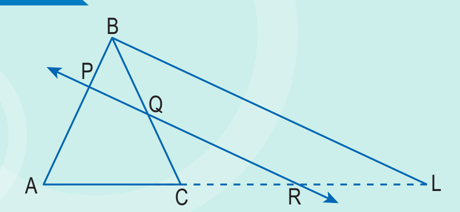


MARATÓN Matemática

Se tiene una recta secante (transversalmente) a un triángulo, como se muestra en la figura, demuestra con el teorema de Thales si se cumple la siguiente relación: (AP)(BQ)(CR) = (PB)(QC)(AR)



Resolución:



Trazamos $\overline{BL} \parallel \overleftrightarrow{PR}$.

Por el teorema de Thales en el $\triangle$ABL:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RL} \Rightarrow RL = \frac{(AR)(PB)}{AP} \qquad \ldots (\alpha)$$

Por el teorema de Thales en el $\triangle$CBL:

$$\frac{CQ}{QB} = \frac{CR}{RL} \Rightarrow RL = \frac{(CR)(QB)}{CQ} \qquad \ldots (\beta)$$

Igualamos (α) y (β):

$$\frac{(AR)(PB)}{AP} = \frac{(CR)(QB)}{CQ}$$

(AR)(PB)(CQ) = (AP)(CR)(QB)

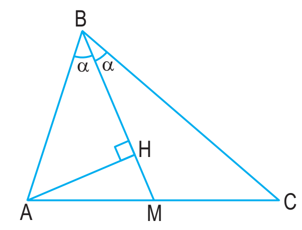
$\Rightarrow$ (AP)(CR)(QB) = (AR)(PB)(CQ)

Esta expresión, demuestra el famoso teorema de Menelao: $\frac{AP}{PB} \cdot \frac{BQ}{QC} \cdot \frac{CR}{AR} = 1$

1. En un $\triangle$ABC, se traza una recta que contiene al baricentro de la región triangular e interseca a los lados AB y AC en P y Q respectivamente. Si (AP)(QC) + (PB)(AQ) = 20. Calcula (AP)(AQ).

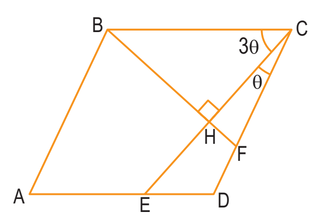
A) 40 B) 15 C) 10 D 20 E) 25

2. Calcula $\frac{AM}{MC}$, si BH = 3HM.



A) 0,9 B) 0,8 C) 0,7 D) 0,6 E) 0,5

3. Si ABCD es un rombo, CF = 4 y FD = 2, calcula ED.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

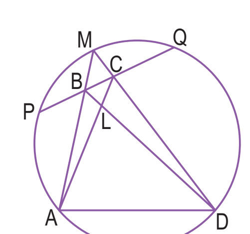
4. En el gráfico, calcula DE si BC = 4, AB = 9; BD = 8, $\overline{BM} \parallel \overline{CF}$ y AM = ME.

A) 5
B) 10
C) 12
D) 15
E) 4

5. Dado un romboide ABCD; en las prolongaciones de $\overline{BC}$, $\overline{DC}$, $\overline{DA}$ y $\overline{BA}$ se ubican los puntos F; M; E y N respectivamente, tal que B ∈ $\overline{EM}$ y D ∈ $\overline{NF}$. Calcula: $\frac{(AE)(MC)}{(CF)(AN)}$

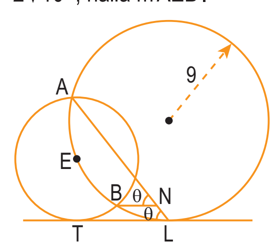
A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

6. Según la figura, $m\overset{\frown}{PM} = m\overset{\frown}{MQ}$, calcula (BL)(LD), si (LC)(LA) = 1.



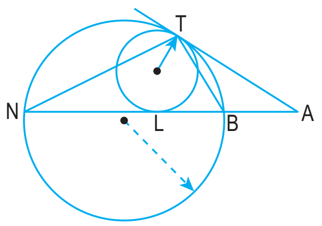
A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{2}$
C) 1
D) 2
E) $\frac{2}{3}$

7. De la figura, T y L son puntos de tangencia. Si AN = 9(NL) y TL = $2\sqrt{10}$, halla $m\overset{\frown}{AEB}$.



A) 53°
B) 60°
C) 90°
D) 45°
E) 74°

8. De la figura T y L son puntos de tangencia, si LB = BA, calcula $\frac{NT}{TB}$.



A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$



Unidad 4
Geometría

Aplicamos lo aprendido

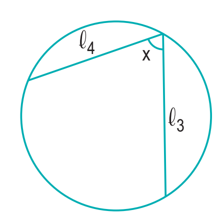


TEMA 1: POLÍGONOS REGULARES

1 En una circunferencia de 10 m de diámetro se encuentra inscrito un cuadrado. Halla el perímetro de dicho cuadrado.

A) $15\sqrt{2}$ m B) $10\sqrt{2}$ m C $40\sqrt{2}$ m
D) 20 m E) $20\sqrt{2}$ m

2 Halla x.

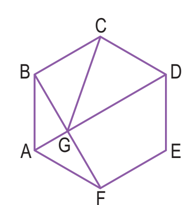


A) 53° B) 60° C) 75°
D) 45° E) 50°

3 Calcula la relación que existe entre los perímetros de un triángulo equilátero y un cuadrado inscritos en una misma circunferencia.

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$
D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

4 En la figura, el perímetro del hexágono regular es 24 cm, calcula el valor de GC.

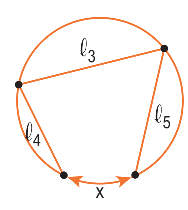


A) $2\sqrt{7}$ cm B) 6 cm C) $4\sqrt{3}$ cm
D) $6\sqrt{3}$ cm E) 8 cm

5 Halla la longitud del lado de un pentágono regular, sabiendo que una diagonal mide a.

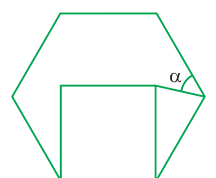
A) $\frac{a}{2}$ B) $a(\sqrt{5}-1)$ C) $\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)$
D) $a\sqrt{5}$ E) $\frac{a}{2}(\sqrt{5}+1)$

6 Calcula x.



A) 75° B) 78° C) 45°
D) 10° E) 72°

7 Calcula α, si la figura está formada por dos polígonos regulares.



A) 15° B) 30° C) 45°
D) 50° E) 75°

8 Del gráfico, calcula x.

ℓ_3 ℓ_6 30° ℓ_4 ℓ_x

A) 6 B) 4 C) 3
D) 10 E) 5

9 Un hexágono regular está inscrito en una circunferencia. Si el perímetro del polígono es 12, calcula el perímetro del polígono que se genera al unir tres vértices no consecutivos.

A) $2\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{2}$ E) 4

10 Halla la diagonal de un pentágono regular conociendo que su lado mide $(\sqrt{5} - 1)$.

A) 1 B) 1/2 C) 2
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

11 Se tiene un cuadrado ABCD y un triángulo equilátero AEF inscritos en una circunferencia. Calcula la medida del ángulo FAD (F en $\overset{\frown}{DC}$).

A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

12 Se tiene un hexágono regular ABCDEF, tal que $\overline{AC}$ y $\overline{BF}$ se intersecan en P. Si AP = $\sqrt{3}$, calcula el perímetro del hexágono.

A) 6 B) 9 C) 12
D) 18 E) 24

13 Un triángulo equilátero está inscrito en una circunferencia de radio 6. Halla el lado del hexágono regular inscrito en el triángulo.

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

14 Diga cuánto mide el lado de un hexágono regular circunscrito a una circunferencia de radio igual a $4\sqrt{3}$.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) $4\sqrt{3}$

Claves

1. E	3. C	5. C	7. C	9. B	11. B	13. E
2. C	4. A	6. B	8. A	10. C	12. D	14. D

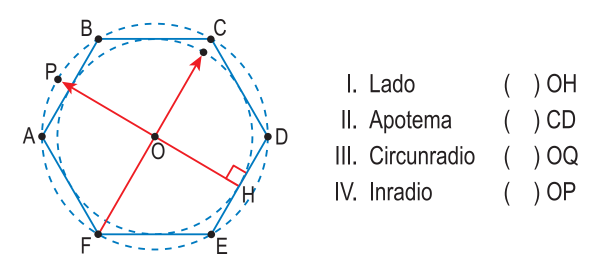
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona, teniendo en cuenta que el siguiente gráfico es un hexágono regular.



2. Relaciona:

I. ap_3	( ) $R\sqrt{2}/2$
II. ap_6	( ) $R(\sqrt{5}+1)/4$
III. ap_4	( ) $R\sqrt{3}/2$
IV. ap_5	( ) $R/2$

3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

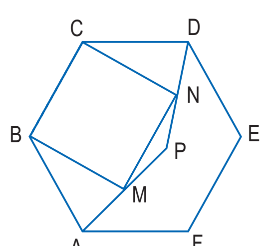
I. El inradio de un polígono regular es el radio de la circunferencia circunscrita a dicho polígono regular. ( )

II. La apotema es un segmento perpendicular a cualquiera de los lados de un polígono regular y trazado desde su centro. ( )

III. La longitud del inradio de un polígono regular es igual a la longitud de su apotema. ( )

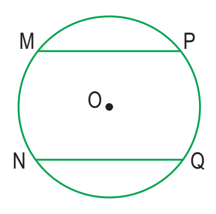
Razonamiento y demostración

4. Si ABCDEF y BCNM, son polígonos regulares. Calcula la $m\angle MPN$.



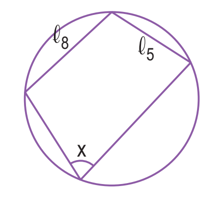
A) 108° B) 120° C) 136° D) 150° E) 130°

5. En la figura mostrada, O es centro. Además: $MP = \ell_4$; $NQ = \ell_3$; $\overline{MP} // \overline{NQ}$. Halla: $m\overset{\frown}{MN}$ y $m\overset{\frown}{PQ}$



A) 75° y 90° B) 120° y 90° C) 60° y 45°
D) 75° y 75° E) 80° y 100°

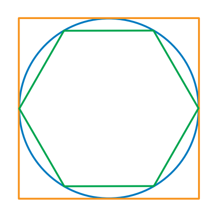
6. Del gráfico, calcula x.



A) 60°
B) 53°
C) 75°
D) 58,5°
E) 67,5°

Resolución de problemas

7. En el gráfico se muestran un cuadrado y un hexágono regular. Calcula la relación de sus lados.



A) 1 B) 2 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

8. Un triángulo equilátero está inscrito en una circunferencia, si la altura de dicho triángulo mide 12, calcula el lado del cuadrado circunscrito a la misma circunferencia.

A) 18 B) 20 C) 15 D) 16 E) 14

9. En una circunferencia de radio R se trazan las cuerdas AB y AC. Si $AB = R\sqrt{2}$ y $AC = R$, halla: $m\angle BAC$

A) 100° B) 105° C) 120° D) 135° E) 150°

10. Sobre los lados de un cuadrado cuyo lado mide L se construyen rectángulos congruentes, la longitud de la altura que han de tener todos los rectángulos para que al juntar los vértices resulte un octógono regular es:

A) $L\sqrt{3}$ B) $\frac{L\sqrt{3}}{2}$ C) $L\sqrt{2}$ D) $\frac{L\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{L\sqrt{2}}{2}$

11. Calcula el lado de un decágono regular en función de su circunradio R.

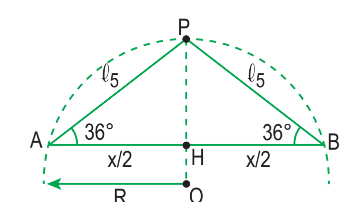
A) $\frac{R}{2}(\sqrt{5}+1)$ B) $R(\sqrt{5}-1)$ C) $R(\sqrt{3}+1)$

D) $\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$ E) $\frac{R}{4}(\sqrt{5}-1)$

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda y teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

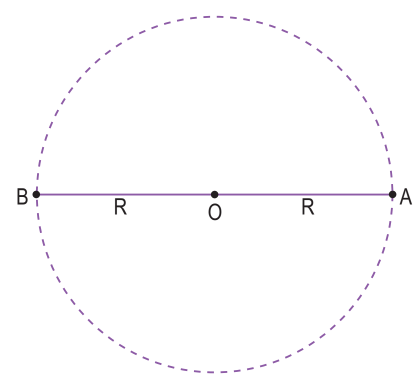


I. $x = R\sqrt{10+\sqrt{5}}/4$ ( )

II. $x = R\sqrt{10-2\sqrt{5}}/2$ ( )

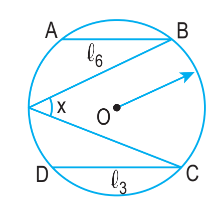
III. $x = R\sqrt{10+2\sqrt{5}}/2$ ( )

13. Con la ayuda de un compás dibuja un cuadrado inscrito en la siguiente circunferencia de radio R.



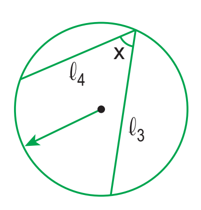
Razonamiento y demostración

14. Halla x, si: $\overline{AB} // \overline{CD}$



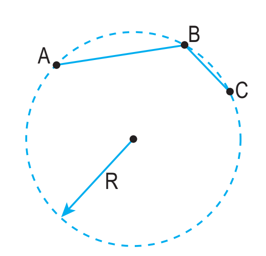
A) 45° B) 60° C) 30° D) 70° E) 40°

15. Halla x.



A) 60° B) 75° C) 45° D) 55° E) 50°

16. Calcula m∠ABC; si $AB = \frac{R}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ y $BC = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1)$.



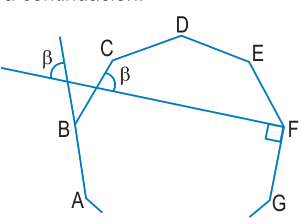
A) 126° B) 72° C) 108° D) 120° E) 90°

Resolución de problemas

17. En el arco BC de la circunferencia circunscrita a un octógono regular ABCDEFGH se ubica el punto P; tal que PC = 1 y $PE = 4\sqrt{2}$. Calcula el radio de la circunferencia.

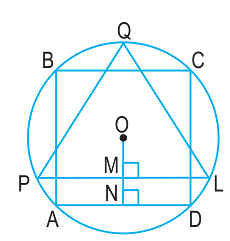
A) 5 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{6}$
D) $3\sqrt{2}$ E) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$

18. Calcula el número de lados del polígono regular ABCDEFG... que se muestra a continuación:



A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 9

19. ABCD es un cuadrado y PQL es un triángulo equilátero. Si $OM = \sqrt{2}$, calcula MN (O es centro).



A) $2 + \sqrt{2}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) 1
D) 2 E) $\sqrt{2}$

20. Se tiene un octógono regular ABCDEFGH cuyo perímetro es 16. Calcula AD.

A) $\sqrt{2} + 1$ B) $3\sqrt{2} - 1$ C) $2\sqrt{2} + 2$
D) 4 E) $8(\sqrt{2} - 1)$

21. En el gráfico, $AC = 2(\sqrt{3} + 1)$ y $BD = 1 + \sqrt{3}$. Si AB es la sección áurea de AC, calcula AD.



A) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ B) $\sqrt{15} + \sqrt{5}$ C) $\sqrt{15} + \sqrt{3} - 1$
D) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ E) $\sqrt{15} + \sqrt{3}$

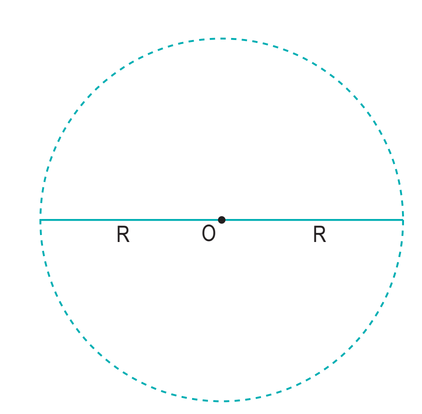
NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Completa la siguiente tabla con valores que dependen del número de lados (n) de los polígonos regulares; además se sabe que dichos polígonos se encuentran inscritos en una misma circunferencia de radio igual a 2.

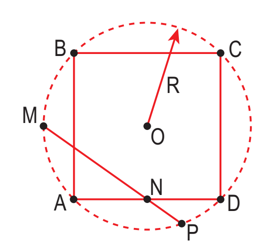
n	α_c	ℓ_n	ap_n	Nombre
6				
8				
12				

23. Con la ayuda de un compás dibuja un octógono regular inscrito en la siguiente circunferencia de radio R.



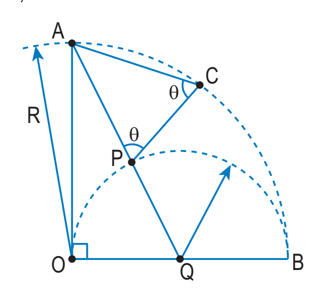
Razonamiento y demostración

24. Calcula NP; si ABCD es un cuadrado, además M y N son puntos medios del arco AB y el segmento AD respectivamente.



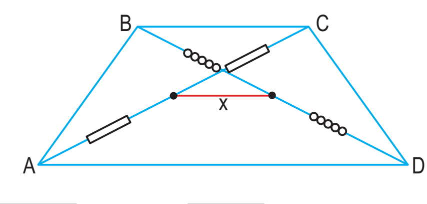
A) $R\sqrt{3}$ B) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{R\sqrt{6}}{6}$
D) $\frac{R\sqrt{6}}{2}$ E) $R\sqrt{6}$

25. Según el gráfico, halla: $m\overset{\frown}{CB}$



A) 53° B) 54° C) 36° D) 72° E) 37°

26. Calcula x, si ABCD es un trapecio isósceles; además:
$AB = BC = CD = \sqrt{10+2\sqrt{5}}$ y $m\angle BAD = 54°$



A) $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ B) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ C) $4\sqrt{5}$
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{10}$

Resolución de problemas

27. En una circunferencia de radio $(\sqrt{2}+1)$ se encuentran inscritos un triángulo equilátero y un cuadrado, tal que dos de sus lados son paralelos. Halla la distancia entre dichos lados.

A) 0,5 B) 0,75 C) 1 D) 1,2 E) 1,5

28. En un triángulo acutángulo ABC, $m\angle B = 45°$. Se trazan las alturas AN y CM. Halla MN, si AC = 8.

A) 8 B) 4 C) $2\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

29. En un triángulo ABC inscrito en una circunferencia se cumple que: $m\angle B = 45°$, AB = 2 m y $BC = 3\sqrt{2}$ m. Calcula el radio de la circunferencia.

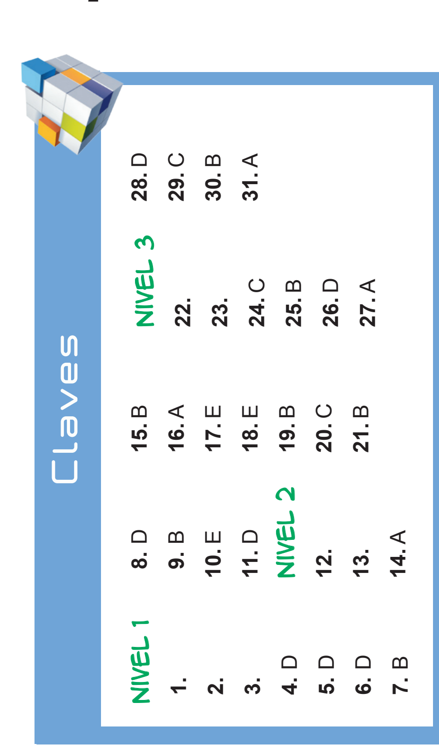
A) $2\sqrt{2}$ m B) $\sqrt{6}$ m C) $\sqrt{5}$ m
D) $2\sqrt{3}$ m E) $3\sqrt{2}$ m

30. Si el lado de un pentágono regular mide $(\sqrt{5}-1)$ metros, halla la suma de las longitudes de todas sus diagonales.

A) 9 m B) 10 m C) 11 m
D) 12 m E) 13 m

31. Dado un cuadrado de lado L, a partir de cada vértice y sobre cada lado se toma un segmento x, de tal manera que al retirarlos y unir los extremos libres se forme un octógono regular. Halla x.

A) $\frac{L}{2}(2-\sqrt{2})$ B) $\frac{L}{2}(2-1)$ C) $\frac{L}{2}(2+1)$
D) $\frac{L}{2}(\sqrt{2}+1)$ E) $\frac{L}{2}(\sqrt{2}+2)$



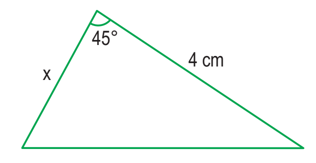


Aplicamos lo aprendido



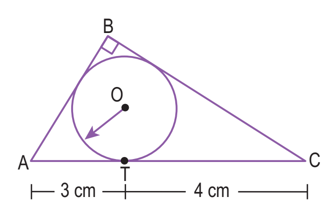
TEMA 2: ÁREA DE UNA REGIÓN PLANA

1 Si el área de la región triangular es $7\sqrt{2}$ cm^2, calcula x.



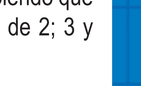
A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm
D) 7 cm E) 8 cm

2 Halla el área del triángulo ABC.



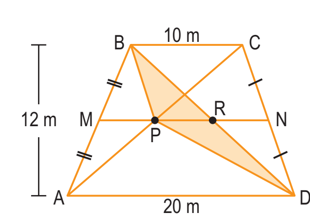
A) 12 cm^2 B) 7 cm^2 C) 6 cm^2
D) 9 cm^2 E) 10 cm^2

3 Halla el área de una región triangular equilátera, sabiendo que las distancias de un punto interior a los lados, son de 2; 3 y 4 cm.



A) $27\sqrt{3}$ cm^2 B) $20\sqrt{3}$ cm^2 C) $10\sqrt{3}$ cm^2
D) 8 cm^2 E) 6 cm^2

4 Halla el área de la región sombreada.



A) 20 m^2 B) 30 m^2 C) 40 m^2
D) 25 m^2 E) 35 m^2

5 En un trapecio rectángulo ABCD ($\overline{BC}$ // $\overline{AD}$), se sabe que BC = 6 m; AD = 8 m y el área del trapecio es 28 m^2. Calcula AB.

A) 3 m B) 2 m C) 4 m
D) 5 m E) 7 m

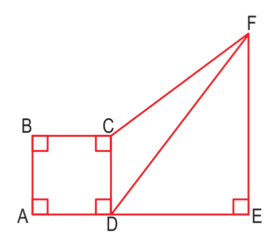
6 Halla el área de un cuadrilátero, si sus diagonales forman un ángulo de 30°, además, el producto de estas es 48 m^2.

A) 24 m^2 B) 16 m^2 C) 48 m^2
D) 12 m^2 E) 10 m^2

7 La diagonal de un cuadrado mide $a\sqrt{2}$, ¿cuánto mide el semiperímetro de otro cuadrado cuya área es el doble del primer cuadrado?

A) 4 a   B) $a\sqrt{2}$ C) $8a\sqrt{2}$
D) $4a\sqrt{2}$ E) $2a\sqrt{2}$

8 En la figura, encuentra el área del cuadrado ABCD, si: CF = 13; DF = 15 y FE = 9

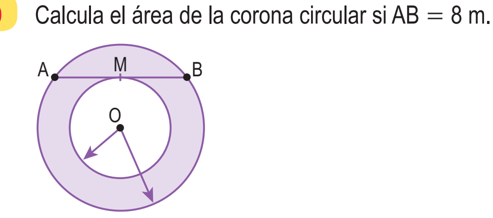


A) 16   B) 25   C) 20
D) 36   E) 64

9 Un paralelogramo tiene 64 m de perímetro. El lado menor es los 3/5 del mayor y los ángulos agudos miden 45°. Calcula el área del paralelogramo.

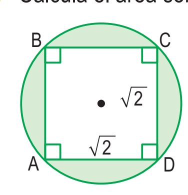
A) $120\sqrt{2}$ m^2 B) $60\sqrt{2}$ m^2 C) 120 m^2
D) 60 m^2 E) 100 m^2

10 Calcula el área de la corona circular si AB = 8 m.



A) 8π m^2 B) 12π m^2 C) 9π m^2
D) 16π m^2 E) 6π m^2

11 Calcula el área sombreada.



A) $\pi - 1$ B) $\pi - 2$ C) $\pi - 3$
D) $2\pi - 1$ E) $\pi + 4$

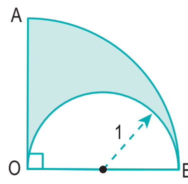
12 Halla el área de un círculo inscrito en un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 y 12 cm.

A) 2π cm^2 B) 4π cm^2 C) 6π cm^2
D) 8π cm^2 E) 9π cm^2

13 Calcula el área del círculo circunscrito a un triángulo equilátero, sabiendo que el lado del triángulo mide $4\sqrt{3}$ m.

A) 16π m^2 B) 18π m^2 C) 15π m^2
D) 10π m^2 E) 12π m^2

14 Halla el área de la región sombreada, si AO = OB.



A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$
D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{5}$

Claves

1. D	3. A	5. C	7. E	9. A	11. B	13. A
2. A	4. B	6. D	8. A	10. D	12. B	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

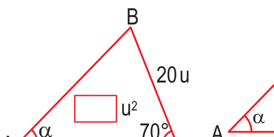
1. Coloca (V) o (F) según corresponda:

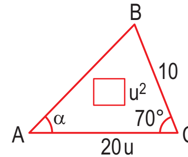
I. El área de un triángulo rectángulo es igual al producto de sus catetos. ( )

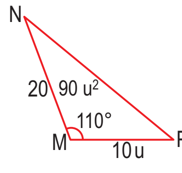
II. El área de un triángulo obtusángulo es igual al semiproducto de su base y la altura relativa a dicha base. ( )

III. Un triángulo heroniano posee lados enteros. ( )

2. Completa los siguientes recuadros teniendo en cuenta los valores presentes en los siguientes gráficos:

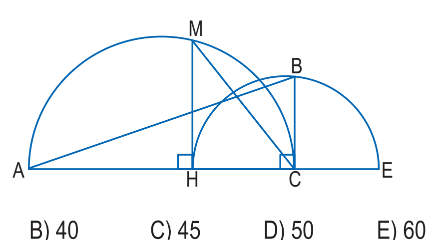






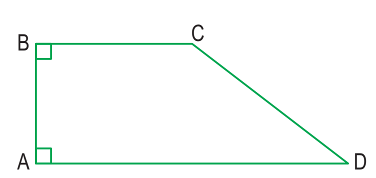
Razonamiento y demostración

3. De la figura, calcula el área de la región ABC, si CM = 10 y C es centro de la circunferencia menor.



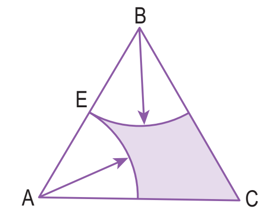
A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

4. Calcula el área de la región trapecial ABCD, si: AD = 2BC, AB = 5 m y CD = 13 m



A) 75 m^2 B) 84 m^2 C) 96 m^2 D) 90 m^2 E) 108 m^2

5. En el gráfico: AE = EB = 6, calcula el área de la región sombreada, si además: BC = AC = 12



A) $8(3\sqrt{6}-\pi)$ B) $12(2\sqrt{2}-\pi)$ C) $12(3\sqrt{3}-\pi)$

D) $12(3\sqrt{3}-2\pi)$ E) $24(3\sqrt{3}-2\pi)$

6. Grafica un cuadrado ABCD y un círculo C con centro en A. La circunferencia C corta a $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ en los puntos M y N, respectivamente.Si: AN = 3 y CD = 4, calcula el área de la región del pentágono mixtilíneo MBCDN.

A) $8-\frac{9}{4}\pi$ B) $(16-3\pi)$ C) $15-\frac{9}{4}\pi$

D) $16-\frac{9}{4}\pi$ E) $12-\frac{\pi}{3}$

Resolución de problemas

7. El área de una región triangular ABC es 144. Sobre $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se toman los puntos M y N respectivamente, tales que AB = 8BM y BN = NC.
Calcula el área de la región triangular MBN.

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

8. Calcula el lado de un triángulo equilátero, si su perímetro es numéricamente igual a su área.

A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $4\sqrt{3}$

D) $6\sqrt{2}$ E) 3

9. En un trapecio isósceles ABCD ($\overline{BC}$ // $\overline{AD}$) se traza $\overline{BH} \perp \overline{AD}$ (H ∈ $\overline{AD}$). Calcula el área de la región trapecial ABCD, si AC = 6 m y BH = 2 m.

A) $8\sqrt{2}$ m^2 B) $6\sqrt{2}$ m^2 C) $5\sqrt{6}$ m^2

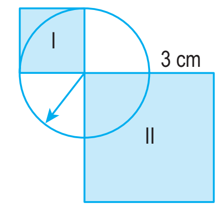
D) $\sqrt{6}$ m^2 E) 12 m^2

10. En un trapecio ABCD ($\overline{BC}$//$\overline{AD}$ y AD = 4BC), se inscribe un rectángulo PQRS, tal que: Q ∈ $\overline{AB}$, R ∈ $\overline{CD}$ y P con S están ubicados en $\overline{AD}$. Calcula la razón de áreas de las regiones limitadas por dichos cuadriláteros, si AQ = 2QB.

A) 8/19 B) 7/16 C) 9/1

D) 2/3 E) 8/15

11. Si el área del círculo es 9π cm^2, ¿cuál es la suma de las áreas de las regiones cuadradas I y II?



A) 48 cm^2 B) 42 cm^2 C) 36 cm^2

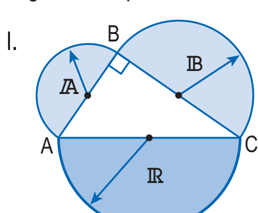
D) 45 cm^2 E) 39 cm^2

NIVEL 2

Comunicación matemática

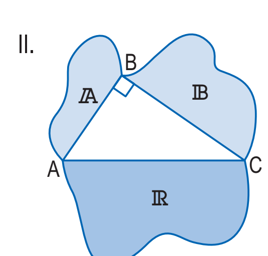
12. Indica la opción correcta en cada gráfico (✓) o incorrecta (✗) según corresponda.

I.



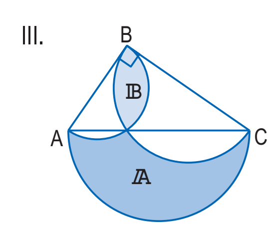
I) $\mathbb{R} = \mathbb{A} + \mathbb{B}$ (   )

II.



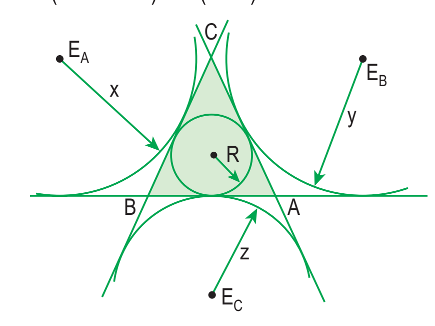
II) $\mathbb{R} = \mathbb{A} + \mathbb{B}$ (   )

III.



III) $A_{\triangle ABC} = \mathbb{A} + \mathbb{B}$ (   )

13. Coloca V (verdadero) o F (falso) en cada caso:



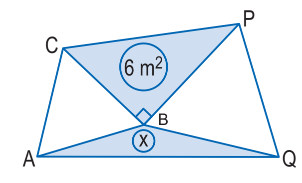
I. $A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{xyzR}$ (   )

II. $A_{\triangle ABC} = \sqrt{\frac{xyzR}{2}}$ (   )

III. $A_{\triangle ABC} = \sqrt{xyzR}$ (   )

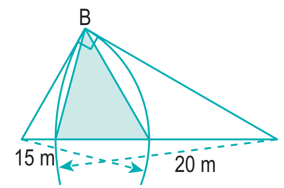
Razonamiento y demostración

14. Si los triángulos ABC y BPQ son equiláteros, halla x.



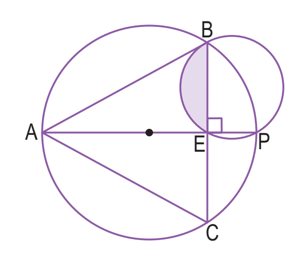
A) 6 m^2
B) 1 m^2
C) 2 m^2
D) 3 m^2
E) 9 m^2

15. Halla el área de la región sombreada.



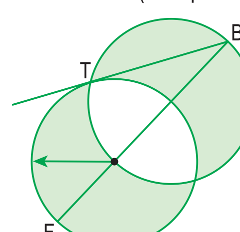
A) 60 m^2
B) 80 m^2
C) 100 m^2
D) 50 m^2
E) 72 m^2

16. Halla el área de la región sombreada, si el triángulo ABC es equilátero y BE = $\sqrt{3}$. (A, E, P son puntos colineales).



A) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

17. Si: BT = 24 y BF = 36, halla las diferencias de las áreas sombreadas. (T es punto de tangencia)



A) 169π
B) 85
C) 85π
D) 69
E) 69π

Resolución de problemas

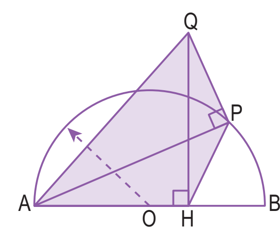
18. Halla el área de un triángulo si sus lados miden: $3\sqrt{2}$; $\sqrt{26}$ y $2\sqrt{5}$

A) 9 B) 12 C) 10 D) 15 E) 14

19. En un triángulo ABC se trazan la mediana $\overline{AM}$ y la altura $\overline{BH}$, de modo que BH = 20 y AB = 29. Calcula el área de la región triangular AMH.

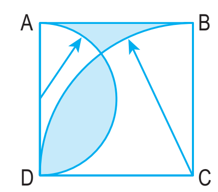
A) 210 B) 195 C) 160
D) 135 E) 105

20. Calcula el área de la región limitada por el cuadrilátero AQPH, si AP = 10 m y AB = QH.



A) 29 m^2
B) 30 m^2
C) 40 m^2
D) 50 m^2
E) 60 m^2

21. Halla la diferencia de las áreas de las regiones sombreadas, si el lado del cuadrado ABCD mide 4.

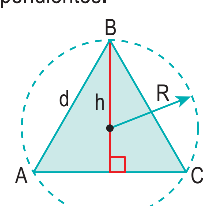


A) $3\pi - 8$ B) $2(3\pi - 8)$ C) $6\pi - 8$
D) $6\pi + 8$ E) $2(6\pi - 1)$

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Si el $\triangle ABC$ es equilátero completa los recuadros en blanco con los valores correspondientes.

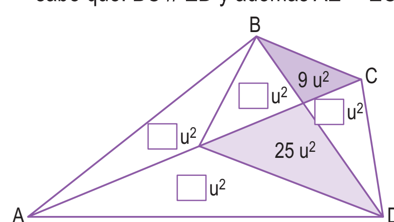


I. $A_{\triangle ABC} = \dfrac{\square}{\square} R^2\sqrt{3}$

II. $A_{\triangle ABC} = \dfrac{\square}{\square} h^2\sqrt{3}$

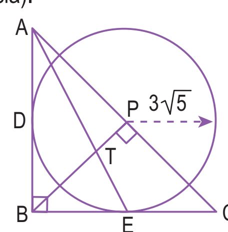
III. $A_{\triangle ABC} = \dfrac{\square}{\square} d^2\sqrt{3}$

23. Completa los recuadros en blanco si se sabe que: BC // ED y además AE = EC



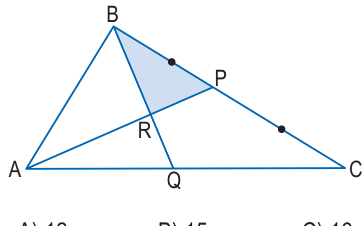
Razonamiento y demostración

24. En la figura, calcula el área de la región triangular ATP (D y E son puntos de tangencia).



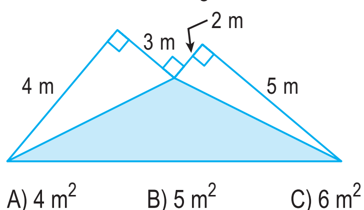
A) $10\sqrt{5}$ B) 30 C) $5\sqrt{5}$
D) 15 E) $6\sqrt{6}$

25. Si: BP = PC; QC = 2AQ; $S_{\triangle ARQ} = 6$; calcula: $S_{\triangle RBP}$



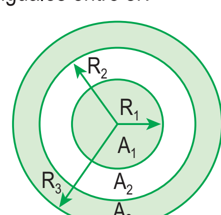
A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 24

26. Halla el área de la región sombreada.



A) 4 m^2 B) 5 m^2 C) 6 m^2
D) 7 m^2 E) 8 m^2

27. ¿Cuál debe ser la relación de R_1, R_2 y R_3 para que las áreas del círculo A_1 (interior) y los dos anillos A_2 y A_3, respectivamente, sean iguales entre sí?



A) $R_1 = \dfrac{R_2}{2} = \dfrac{R_3}{3}$

B) $\dfrac{R_1}{\sqrt{3}} = \dfrac{R_2}{\sqrt{2}} = R_3$

C) $R_1 = \dfrac{R_2}{\sqrt{2}} = \dfrac{R_3}{\sqrt{3}}$

D) $\dfrac{R_1}{2} = \dfrac{R_2}{4} = \dfrac{R_3}{5}$

E) $\dfrac{R_1}{3} = \dfrac{R_2}{5} = \dfrac{R_3}{7}$

Resolución de problemas

28. En el lado AD de un cuadrado ABCD se ubica el punto P, de modo que AP – PD = 1 y BP – AB = 2. Calcula el área de la región triangular ABP.

A) 40 B) 42 C) 60
D) $14\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{5}$

29. Se tiene un triángulo ABC tal que AB = 15; BC = 13 y AC = 14, si se traza la mediana BM y la bisectriz interior BD, calcula el área de la región triangular MBD.

A) 3 B) 6 C) 2
D) 5 E) 4

30. En los lados AB, BC y AC de un triángulo ABC, se ubican los puntos D, E y F respectivamente, tal que AD = 3BD, BE = EC y 3AF = 2FC. Calcula el área de la región cuadrangular FDEC, si el área de la región triangular ABC es 40 cm^2.

A) 18 cm^2 B) 20 cm^2 C) 25 cm^2
D) 26 cm^2 E) 23 cm^2

31. En un rombo ABCD en BC se ubica el punto medio M. Las diagonales del rombo intersectan a $\overline{AM}$ y $\overline{MD}$ en N y Q respectivamente, si: NQ = 5 cm y $\angle BAD = 74°$. Calcula el área de la región limitada por el rombo.

A) 284 cm^2 B) 216 cm^2 C) 324 cm^2
D) 356 cm^2 E) 420 cm^2

32. Un jardín circular de 12 m de diámetro está sembrado de pasto; pero es atravesado por un camino pavimentado recto de 3 m de ancho, de modo que uno de sus bordes pasa por el centro. En consecuencia, el área sembrada, en metros cuadrados, es:

A) $35\pi - 9\sqrt{3}$ m B) $30\pi + 9\sqrt{3}$ m
C) $35\pi + 9\sqrt{3}$ m D) $30\pi - 9\sqrt{3}$ m
E) $30\pi - 6\sqrt{3}$ m



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

1 Una pirámide tiene 30 aristas. ¿Cuántas caras tiene?

A) 10 B) 12 C) 15
D) 16 E) 11

2 Calcula la suma de las medidas de las aristas de un cubo si su volumen es 64.

A) 96 B) 48 C) 64
D) 16 E) 32

3 Si el área de una cara de un dodecaedro regular es S. Halla el área total del poliedro.

A) 6S B) 12S C) 16S
D) 24S E) 9S

4 La suma de las medidas de las aristas de un tetraedro regular es 36 m. Halla el área total del tetraedro.

A) $36\sqrt{3}\ m^2$ B) $32\sqrt{3}\ m^2$ C) $30\sqrt{6}\ m^2$
D) $30\sqrt{3}\ m^2$ E) $36\sqrt{6}\ m^2$

5 El área de una cara de un tetraedro regular es $\sqrt{6}\ m^2$. Calcula su área total.

A) $3\sqrt{6}\ m^2$ B) $6\sqrt{6}\ m^2$ C) $9\sqrt{6}\ m^2$
D) $12\sqrt{6}\ m^2$ E) $4\sqrt{6}\ m^2$

6 Si un prisma tiene 39 aristas, ¿cuántas caras tiene?

A) 13 B) 14 C) 15
D) 26 E) 10

7 La diagonal de un cubo de 1 m de arista es equivalente a la arista de un tetraedro regular. Calcula el área total del tetraedro.

A) $\sqrt{2}$ m^2 B) $3\sqrt{3}$ m^2 C) $2\sqrt{6}$ m^2
D) $6\sqrt{2}$ m^2 E) $4\sqrt{2}$ m^2

8 El área total de un octaedro regular es $18\sqrt{3}$ m^2. Halla la longitud de su diagonal.

A) 2 m B) 3 m C) $2\sqrt{3}$ m
D) $3\sqrt{2}$ m E) $2\sqrt{2}$ m

9 El área de una cara de un cubo es 64 m^2. Calcula la suma de las medidas aristas del cubo.

A) 69 m B) 72 m C) 96 m
D) 32 m E) 48 m

10 El volumen de un cubo es 125 m^3. Halla la diagonal de una cara.

A) $3\sqrt{6}$ m B) $\sqrt{6}$ m C) $5\sqrt{2}$ m
D) $3\sqrt{3}$ m E) $4\sqrt{6}$ m

11 Se tiene un cubo de arista a. Halla la distancia de un vértice a la diagonal del cubo que no pasa por este punto.

A) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}a$ C) $\frac{a}{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{3}a$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}a$

12 Calcula el volumen de un cubo de arista 2.

A) 4 B) 8 C) 6
D) 10 E) 12

13 Se tiene un cubo ABCD - EFGH; en $\overline{AE}$ se ubica el punto P tal que AP = $\sqrt{3}$ y m$\angle$APB = m$\angle$EPG. Calcula BH.

A) $(\sqrt{3}+2)$ B) $\sqrt{6}$ C) $3(\sqrt{2}+1)$
D) $2(\sqrt{6}+1)$ E) 6

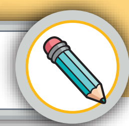
14 Se tiene un cuadrado ABCD y un triángulo equilátero ABQ ubicados en planos perpendiculares. Si AD = 6, calcula la distancia entre los centros de dichos polígonos.

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

Claves

1. D	3. B	5. E	7. B	9. C	11. A	13. C
2. B	4. A	6. C	8. D	10. C	12. B	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

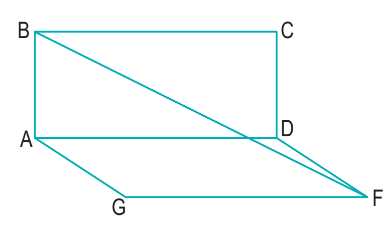
1. Relaciona.

A) Tetraedro regular	I. $A_t = 2a^2\sqrt{3}$
B) Hexaedro regular	II. $A_t = 5a^2\sqrt{3}$
C) Octaedro regular	III. $A_t = 6a^2$
D) Dodecaedro regular	IV. $A_t = a^2\sqrt{3}$
E) Icosaedro regular	V. $A_t = 15a^2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

2. Escribe a qué definición corresponde:
   A) Superficie llana, perfectamente lisa, sin espesor que se extiende indefinidamente en todas las direcciones: ________.
   B) Ángulo poliedro que se determinan por tres rayos concurrentes entre sí dos a dos: ________________.
   C) Contiene al menos cuatro puntos no coplanarios ni colineales: ________________.
   D) Figura formada por dos semiplanos que tienen en común una recta llamada arista: ________________.
   E) Unión de infinitos puntos colineales, sin un punto de origen: ________________.

Razonamiento y demostración

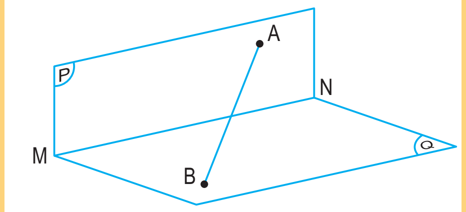
3. En la figura, los rectángulos ABCD y ADFG se encuentran en planos que forman un diedro de 120°.
   Halla BF. Si: CD = AG = 2 m y FG = 6 m.



A) $\sqrt{3}$ m B) $4\sqrt{3}$ m C) $2\sqrt{3}$ m
D) 12 m E) 6 m

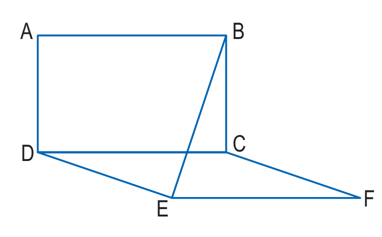
4. En la figura mostrada, los planos P y Q son perpendiculares entre sí, donde AB = 6 m.
   - La medida del ángulo entre $\overline{AB}$ y ▱P es 30°.
   - La medida del ángulo entre $\overline{AB}$ y ▱Q es 45°.

   Halla la mínima distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$.



A) $\sqrt{2}$ m B) 2 m C) $\sqrt{6}$ m
D) $2\sqrt{2}$ m E) $\sqrt{10}$ m

5. En la figura mostrada, los rectángulos son perpendiculares.
   Si: AD = 3 m y DE = 4 m.
   Calcula la menor distancia entre $\overline{BE}$ y $\overline{CD}$.



A) 2,4 m B) 1,2 m C) 1 m
D) 3,6 m E) 4,8 m

Resolución de problemas

6. El volumen de un cubo es 27. Halla la diagonal de una cara.

A) $3\sqrt{6}$ B) $\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{6}$

7. La suma de las diagonales de un cubo es $20\sqrt{3}$. Halla el área total del cubo.

A) 12 B) 24 C) 150
D) 18 E) 120

8. ¿Cuántos poliedros regulares cuyas caras son triángulos equiláteros existen?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9. ¿Cuál es el área total de un tetraedro regular cuya arista mide 4 u?

A) $16\sqrt{3}$ u² B) $8\sqrt{3}$ u² C) $4\sqrt{3}$ u²
D) $2\sqrt{3}$ u² E) $12\sqrt{3}$ u²

10. Calcula el volumen de un tetraedro regular en el cual la altura de una de sus caras mide $\sqrt{3}$ m.

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ m³ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ m³
C) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ m³ D) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ m³
E) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$ m³

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica la veracidad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados.
    I. Por tres puntos pasa una recta. ( )
    II. El paralelepípedo es un poliedro. ( )
    III. Infinitos puntos forman una recta. ( )
    IV. Una recta en el espacio se puede proyectar como un punto en un plano. ( )

12. De las proposiciones, indica cuántas son correctas:
    I. Existen 6 poliedros regulares. ( )
    II. El hexaedro regular es un prisma. ( )
    III. Dos rectas alabeadas pertenecen a un mismo plano. ( )
    IV. Tres puntos colineales pertenecen a una recta. ( )

A) 4 B) 2 C) 1
D) 0 E) 3

13. Indica la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.
    I. Dos puntos definen una recta. ( )
    II. Dos planos definen el espacio. ( )
    III. Dos puntos forman el espacio. ( )
    IV. Dos rectas definen el espacio. ( )

Razonamiento y demostración

14. Si la arista de un octaedro regular es 4. Calcula el área del sólido.

A) $8\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $32\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{6}$ E) $10\sqrt{3}$

15. Calcula el volumen de un cubo cuya arista es igual a la arista de un tetraedro regular de $49\sqrt{3}$ m² de área total.

A) 343 m^3 B) 297 m^3 C) 336 m^3
D) 286 m^3 E) 350 m^3

16. La diagonal de un cubo de 1 m de arista es equivalente a la arista de un tetraedro regular. Calcula el área total del tetraedro.

A) $\sqrt{2}\ m^2$ B) $3\sqrt{3}\ m^2$ C) $2\sqrt{6}\ m^2$
D) $6\sqrt{2}\ m^2$ E) $4\sqrt{2}\ m^2$

Resolución de problemas

17. Se tiene un triángulo rectángulo AOB, recto en O; se traza $\overline{OM}$ perpendicular al punto que lo contiene. Si OA = OB = OM = 2; calcula el área de la región triangular ABM.

A) $3\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $\sqrt{6}$ E) $3\sqrt{7}$

18. Se tiene un cuadrado ABCD y un rectángulo ABEF ubicados en planos perpendiculares. Si $m\angle ECB = 60°$ y AD = 4, calcula el área de la región rectangular FECD.

A) 32 B) 36 C) $24\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{6}$ E) $25\sqrt{2}$

19. En una circunferencia de centro O, se inscribe un triángulo ABC, recto en B. Se eleva $\overline{BF}$, perpendicular al plano ABC, de modo que BF = AC. Si AB = 6 y BC = 8, halla OF.

A) $5\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{5}$
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

20. Se tiene un cuadrado ABCD cuyo lado mide 6; a un mismo lado del plano que lo contiene se trazan $\overline{AE}$ y $\overline{CF}$ perpendiculares a su plano. Si AE = 2 y CF = 4; calcula la distancia del punto medio de $\overline{EF}$ hacia D.

A) 5 B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{7}$ E) $4\sqrt{3}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. De los siguientes enunciados, indica cuántos son correctos.

I. Un poliedro regular tiene base . ( )
II. Un poliedro tiene regiones circulares. ( )
III. Un punto pertenece a un plano. ( )
IV. Un punto solo pertenece a un plano. ( )

A) 3 B) 4 C) 1
D) 0 E) 2

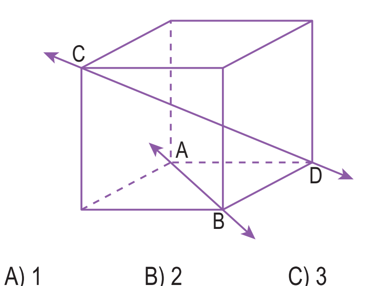
22. De los enunciados, indica cuáles son correctos:

I. Por un punto pasan infinitas rectas. ( )
II. Por dos rectas paralelas pasa un plano. ( )
III. La proyección de una esfera sobre un plano es un círculo. ( )
IV. La proyección de un punto sobre un plano es una recta. ( )

A) Solo I B) Solo II C) I; II y IV
D) I; II y III E) III y IV

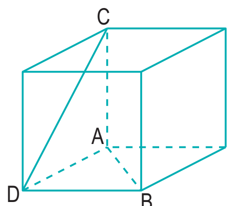
Razonamiento y demostración

23. En el cubo de arista cuya longitud es $\sqrt{6}$ m, calcula la mínima distancia entre las rectas AB y CD.



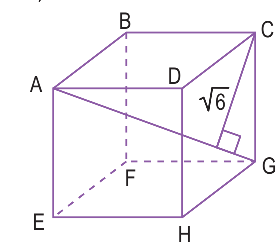
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. En la figura mostrada, se tiene un cubo de arista cuya longitud es $\sqrt{3}$ m.
Halla la mínima distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.



A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

25. Halla el volumen del cubo ($\overline{AG}$: diagonal del cubo).



A) 27 B) 81 C) 36
D) $9\sqrt{6}$ E) $6\sqrt{6}$

Resolución de problemas

26. En un plano se ubican los puntos A y B; exterior al plano se ubica el punto P de modo que $\overline{AP}$ y $\overline{BP}$ forman ángulos que miden 30° y 45° con dicho plano respectivamente. Si AP = 6, calcula BP.

A) $3\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$
D) 2 E) 3

27. Se tiene un triángulo rectángulo isósceles ABC, recto en B, se traza $\overline{BQ}$ perpendicular al plano que lo contiene, calcula el área de la región triangular AQC, si AC = 6 y BQ = 4.

A) 12 B) 15 C) 20
D) 24 E) 18

28. Se tiene un hexágono regular ABCDEF de centro O; se traza $\overline{OP}$ perpendicular a su plano tal que PD = 2(AB); calcula la medida del ángulo entre $\overline{PD}$ y dicho plano.

A) 30° B) 60° C) 90°
D) 37° E) 53°

29. Se tiene un cuadrado ABCD; se traza $\overline{PB}$ perpendicular al plano que contiene al cuadrado. Calcula el área de la región PMC si $AB = 2\sqrt{3}$ y PB = 3 (M es punto medio de $\overline{AD}$).

A) 15 B) 17 C) $\frac{\sqrt{93}}{2}$
D) $\frac{3\sqrt{31}}{2}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

30. Se tiene un cuadrado ABCD y se traza $\overline{AQ}$ perpendicular al plano que lo contiene. Si AQ = AD = 2; calcula la distancia de A hacia $\overline{QC}$.

A) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{7}}{8}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Claves

NIVEL 1			
1.	9. A	16. B	23. A
2.	10. B	17. C	24. E
3. B	NIVEL 2	18. A	25. A
4. C	11.	19. A	26. B
5. A	12. B	20. C	27. B
6. C	13.	NIVEL 2	28. B
7. C	14. C	21. C	29. D
8. C	15. A	22. D	30. C

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

1 Calcula la altura del mayor paraguas que se puede guardar en un baúl de dimensiones 1; 2 y $2\sqrt{5}$.

A) 3　B) 4　C) 5
D) 6　E) 7

2 Se tiene un prisma de volumen 192 m^3, calcula el volumen de una pirámide que tiene la misma base inferior y el vértice está en el centro de la base superior del prisma.

A) 48 m^3　B) 96 m^3　C) 64 m^3
D) 34 m^3　E) 32 m^3

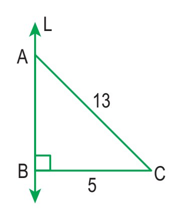
3 La base de un prisma regular es un cuadrado de diagonal igual a $8\sqrt{2}$ m. Si su altura es igual a 4 m, calcula el área de la superficie lateral.

A) 128 m^2　B) 64 m^2　C) 128 m^2
D) 64 m^2　E) 32 m^2

4 La altura y el radio de un cono circular recto miden 3,75 y 5. Calcula el volumen de un hemisferio inscrito con un círculo máximo sobre la base del cono.

A) 9π　B) 36π　C) 18π
D) $15,5\pi$　E) $12,75\pi$

5 Halla el volumen del sólido que se forma cuando la figura gira 360° alrededor del eje L.



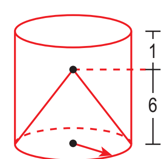
A) 108π　B) 110π　C) 90π
D) 120π　E) 100π

6 En el cilindro recto, halla:

a) Área lateral
b) Área total
c) Volumen

A) 80π, 112π y 40π　B) 80π, 96π y 160π
C) 80π, 112π y 160π　D) 80π, 96π y 120π
E) 80π, 112π y 80π

7 En un cilindro recto, se introduce un cono recto sólido como se muestra, luego se llena de agua el cilindro. Calcula el volumen del agua, si el volumen del cono es 200.



A) 700 B) 400 C) 500
D) 300 E) 200

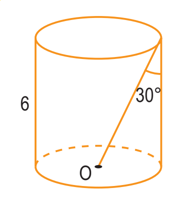
8 La base de una pirámide es un rectángulo de 48 m de perímetro. Su altura es de 20 m. Calcula el área lateral, además las dimensiones de la base son como 5 es a 3.

A) 499,74 m^2 B) 502,28 m^2 C) 504,28 m^2
D) 506,28 m^2 E) 508,28 m^2

9 Halla el área de la superficie esférica inscrita en un cono de revolución de radio 3 m y altura 4 m.

A) 8π m^2 B) 9π m^2 C) 12π m^2
D) 7π m^2 E) 6π m^2

10 Calcula el volumen del cilindro circular recto.



A) 64π B) 68π C) 70π
D) 72π E) 74π

11 Se tiene un tetraedro regular V - ABC; la distancia del baricentro de la cara ABC hacia el punto medio de $\overline{VC}$ es 2. Calcula el volumen del tetraedro.

A) $16\sqrt{6}$ B) $\frac{6}{5}\sqrt{10}$ C) $\frac{9}{2}\sqrt{3}$
D) $\frac{7}{2}\sqrt{6}$ E) $\frac{16}{3}\sqrt{2}$

12 Un prisma recto tiene como base un triángulo cuyos lados miden 9; 10 y 11 m. Si la arista lateral mide 12 m, hallar el área lateral y el volumen del sólido.

A) 360 m^2 y $360\sqrt{2}$ m^3
B) 180 m^2 y $180\sqrt{2}$ m^3
C) 90 m^2 y $90\sqrt{2}$ m^3
D) 120 m^2 y $120\sqrt{2}$ m^3
E) 100 m^2 y $85\sqrt{2}$ m^3

13 ¿Cuánto mide la generatriz de un cilindro de revolución, si su sección axial es un cuadrado y, además, su volumen es 16π?

A) 2 B) 6 C) 4
D) 8 E) 10

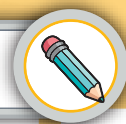
14 En un recipiente cilíndrico el diámetro de la base circular mide D; la altura mide h y, además, se encuentra lleno de agua. Si se vierte su contenido en otro recipiente cilíndrico en donde el diámetro de la base mide 2D, ¿qué altura alcanzará el nivel del agua?

A) $\frac{h}{2}$ B) $\frac{h}{3}$ C) $\frac{h}{4}$
D) $\frac{h}{5}$ E) $\frac{h}{6}$

Claves

1. C 2. C 3. C 4. C 5. E 6. C 7. C 8. A 9. B 10. D 11. E 12. A 13. C 14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De los siguientes enunciados, cómo formaría un prisma, cilindro, esfera, cono, o pirámide.

Un vértice	Una base
Dos bases	Lados poligonales
Base poligonal	Base circular
Un semicírculo	Lado curva

Prisma: ____________________

Cilindro: ____________________

Esfera: ____________________

Cono: ____________________

Pirámide: ____________________

2. Relaciona:

I.	$\pi R \cdot g$	A.	$\frac{1}{3} Ab \times h$
II.	$4\pi R^2$	B.	$\frac{1}{3}\pi R^2 . h$
III.	$p . Ap$	C.	$\frac{4}{3}\pi R^3$
IV.	$2\pi . Rg$	D.	$Ab . h$
V.	$2 . p . h$	E.	$\pi . r^2 . g$

3. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. El paralelepípedo es un prisma. ( )

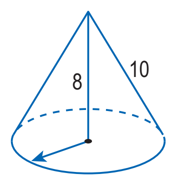
II. Un cilindro es un sólido geométrico. ( )

III. Un cilindro tiene dos regiones poligonales como bases. ( )

IV. Un cono tiene una región poligonal como base. ( )

Razonamiento y demostración

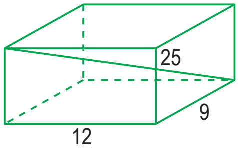
4. En el cono recto mostrado, halla el área lateral.



A) 60π B) 48π C) 96π
D) 100π E) 30π

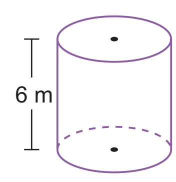
5. En el rectoedro, halla:

a) Área lateral
b) Área total
c) Volumen



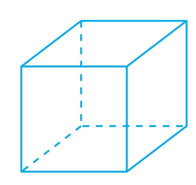
A) 420, 1056 y 2160 B) 840, 1057 y 2160
C) 420, 636 y 108 D) 840, 948 y 2160
E) 840, 1056 y 2160

6. Calcula la cantidad de agua que puede almacenar el cilindro del gráfico, si tiene 2 m de diámetro y 6 m de altura.



A) 24π m^3 B) 12π m^3 C) 10π m^3
D) 8π m^3 E) 6π m^3

7. En la figura se muestra un prisma cuadrangular regular de arista básica 4 m. ¿Cuánto mide la altura, si el volumen del sólido es 64 m^3?



A) 1 m B) 2 m C) 4 m D) 5 m E) 6 m

Resolución de problemas

8. Calcula la altura de una pirámide regular de base cuadrangular equivalente a un cubo de arista a, sabiendo que la arista de la base de la pirámide mide a.

A) 2a B) 3a C) 4a D) 6a E) a/3

9. Calcula el número de vértices que tiene una pirámide de 124 aristas.

A) 31 B) 63 C) 62 D) 68 E) 65

10. Las áreas de tres caras diferentes de un rectoedro son: 6 m^2; 10 m^2 y 15 m^2. Calcula su volumen.

A) 10 m^3 B) 31 m^3 C) 62 m^2
D) 32 m^3 E) 30 m^3

11. El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro es un rectángulo cuya diagonal mide 26 cm. Si la generatriz mide 10 cm, halla el área lateral de dicho cilindro.

A) 240 cm^2 B) 120 cm^2 C) 260 cm^2
D) 130 cm^2 E) 100 cm^2

NIVEL 2

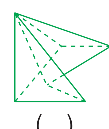
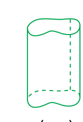
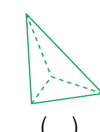
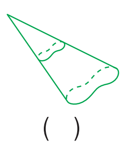
Comunicación matemática

12. Indica cuántas premisas son correctas:

I. Un prisma tiene base circular. ( )
II. Un cilindro tiene regiones circulares. ( )
III. Una esfera es un poliedro. ( )
IV. Una pirámide es un prisma. ( )

A) 3 B) 0 C) 1 D) 4 E) 2

13. Escriba cuál de las siguientes figuras son convexas (C) o no convexas (NC).

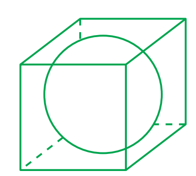
 ( )
 ( )
 ( )
 ( )

14. De las proposiciones, indica cuáles son falsas:

I. Un cono tiene base poligonal. ( )
II. Una pirámide es un prisma. ( )
III. Todo sólido de revolución es convexo. ( )

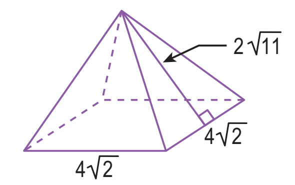
Razonamiento y demostración

15. La diagonal del cubo mostrado es $6\sqrt{3}$. calcula el volumen de la esfera inscrita en el cubo.



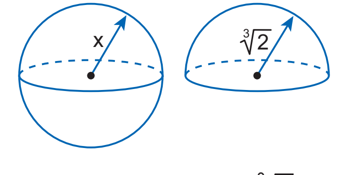
A) 27π B) 36π C) 54π D) 81π E) 288π

16. Calcula el volumen de la pirámide regular.



A) 60 B) 62 C) 74 D) 64 E) 30

17. Si los sólidos son equivalentes, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[3]{3}$

Resolución de problemas

18. Halla el volumen de un prisma recto de base triangular sabiendo que una arista básica mide 4 y el área de la proyección del sólido sobre un plano perpendicular a dicha arista es 10.

A) 5 B) 10 C) 15
D) 20 E) 25

19. Se tiene un foco a 12 m de altura. ¿A qué distancia del suelo (en m) se tiene que colocar una plancha rectangular de 8 cm por 4 cm para que proyecte una sombra de 288 cm^2?

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

20. Calcula el área lateral de una pirámide hexagonal regular cuya base se encuentra circunscrita a una circunferencia de radio 3 y además la arista lateral forma con la base un ángulo que mide 60°.

A) $6\sqrt{10}$ B) $8\sqrt{13}$ C) $15\sqrt{14}$
D) $18\sqrt{15}$ E) 7

21. Calcula el área total de un prisma recto cuya base es un hexágono regular, si el área lateral es 1500 m^2 y su altura es 25 m.

A) $300(\sqrt{3}+5)$ m^2 B) $200(\sqrt{3}+3)$ m^2
C) $400(\sqrt{3}+5)$ m^2 D) $250(\sqrt{3}+2)$ m^2
E) $300(\sqrt{3}+2)$ m^2

22. El producto de todas las aristas básicas de un prisma triangular regular es 9 m^3 y la altura del sólido es el doble del diámetro de la circunferencia circunscrita a la base. Calcula el volumen del sólido.

A) 9 m^3 B) 8 m^3 C) 7 m^3
D) 6 m^3 E) 18 m^3

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. De las proposiciones, indica cuáles son correctas:

I. La sección axial de un cono recto es un triángulo equilátero. ( )
II. La sección axial de un cilindro recto es un rectángulo. ( )
III. Una pirámide puede tener infinitas caras laterales. ( )
IV. La esfera es un poliedro regular. ( )

A) I y II B) Solo I C) Solo II
D) II y III E) III y IV

24. De las proposiciones, indica cuáles son correctas:

I. Un prisma oblicuo tiene caras laterales rectangulares. ( )

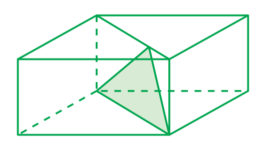
II. Un prisma recto tiene base irregular. ( )

III. Un cilindro puede tener base elíptica. ( )

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) II y III

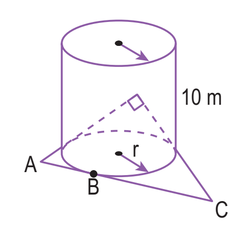
Razonamiento y demostración

25. Las dimensiones del rectoedro mostrado son proporcionales a 1, 2 y 3 y su volumen es 48 m^3. Halla el área de la región sombreada.



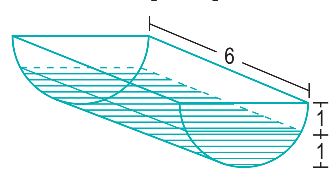
A) $\sqrt{13}$ m^2 B) $\sqrt{26}$ m^2 C) 16 m^2
D) $2\sqrt{13}$ m^2 E) 24 m^2

26. Si AB = 2 m y BC = 3 m, halla el volumen del cilindro mostrado.



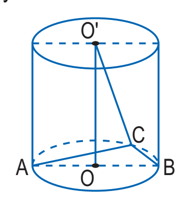
A) 15π m^3 B) 10π m^3 C) 20π m^3
D) 18π m^3 E) 25π m^3

27. Calcula el volumen de agua contenida en el recipiente semicilíndrico, si el nivel del agua llega a la mitad de la altura.



A) $24\sqrt{3}-3\pi$ B) $2(4\pi-3\sqrt{3})$ C) 24
D) 6π E) 5π

28. De la figura, halla el volumen del cilindro de revolución si O y O' son centros; AB = 12 y O'C = 10.



A) 300π B) 360π C) 288π
D) 216π E) 400π

Resolución de problemas

29. Halla el volumen generado por un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 al girar alrededor de la hipotenusa.

A) 48π B) $\frac{36\pi}{5}$ C) $\frac{48\pi}{5}$
D) 12π E) 6π

30. Halla el volumen de un prisma de 4 m de altura, si su base es la región triangular formada al unir los puntos medios de los lados de un triángulo cuya área es 36 m^2.

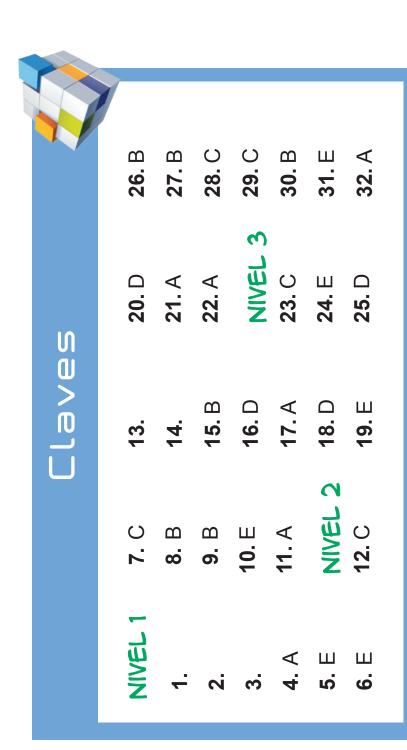
A) 24 m^3 B) 36 m^3 C) 18 m^3
D) 72 m^3 E) 144 m^3

31. Calcula el volumen de un prisma oblicuo cuya sección recta es un triángulo circunscrito a una circunferencia de 5 m de radio y su área lateral mide 48 m^2.

A) 24 m^3 B) 96 m^3 C) 192 m^3
D) 196 m^3 E) 120 m^3

32. La generatriz de un cono recto mide 5 m y la superficie lateral desarrollada forma un sector circular de 216° de ángulo. Calcula el volumen de dicho cono.

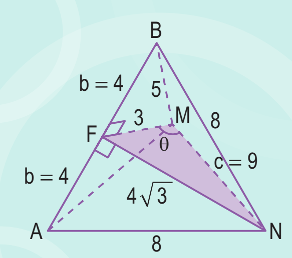
A) 12π m^3 B) 36π m^3 C) 18π m^3
D) 20π m^3 E) 16π m^3



MARATÓN Matemática

Se tiene la pirámide B - AMN, tal que $\overline{BA} \perp \overline{MN}$, BN = AN = 8, BM = 5. Si AB toma su mayor valor entero par y MN su mayor valor entero, calcula el volumen de la pirámide.

Resolución:



Paso 1:
Trazamos $\overline{NF} \perp \overline{AB}$ y BN = AN
$\Rightarrow$ AF = FB
Como $\overline{AB} \perp \overline{MN}$ y $\overline{AB} \perp \overline{FN}$
$\Rightarrow$ $\overline{AB} \perp \triangle FMN$ y $\overline{AB} \perp \overline{FM}$

Paso 2:
Del triángulo BFM:
$b < 5 \Rightarrow 2b < 10 \Rightarrow$ AB (mayor valor entero par) = 8
$\therefore$ b = 4 y FM = 3 (por el teorema de Pitágoras).

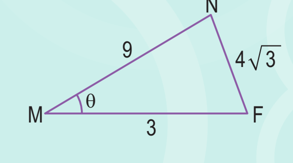
Paso 3:
Del triángulo ABN: $FN = 4\sqrt{3}$

Entonces del triángulo FMN:
$c < 3 + 4\sqrt{3} \Rightarrow c < 9,93$ ... (α)

Del triángulo MBN:
$c < 5 + 8 \Rightarrow c < 13$ ... (β)

De (α) y (β):
$\Rightarrow$ c(mayor valor entero) = 9

Paso 4:
Del triángulo FMN: (ley de cosenos)
$(4\sqrt{3})^2 = 3^2 + 9^2 - 2(3)(9)\cos\theta$
$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{7}{9}$
Por la cual $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$



Paso 4:
$V_{B-AMN} = V_{B-FMN} + V_{A-FMN} = \dfrac{1}{3}(\text{Área}_{\triangle FMN})(AB)$

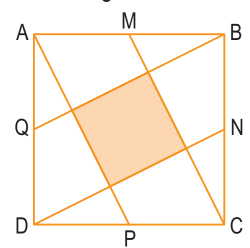
$V_{B-AMN} = \dfrac{1}{3}\left[\dfrac{(3)(9)\operatorname{sen}\theta}{2}\right](8)$

$\therefore V_{B-AMN} = 16\sqrt{2}$

1. Las caras de un ángulo diedro son cortadas en los puntos M y N por una recta; siendo A la proyección ortogonal de estos puntos sobre la arista. La mitad del ángulo diedro es igual a la semidiferencia de los ángulos ANM y AMN. Si estos últimos están en relación de 3 a 1, ¿cuál es el valor del ángulo diedro?

A) 30° B) 40° C) 50° D) 60° E) 70°

2. En la siguiente figura M, N, P y Q son los puntos medios de los lados del cuadrado ABCD. Sí el lado del cuadrado ABCD es 25 m, calcula el área de la región sombreada.



A) 85 m^2 B) $75\sqrt{2}$ m^2 C) 125 m^2
D) $125\sqrt{3}$ m^2 E)135 m^2

3. El radio de una esfera aumenta en 0,01 m. y el volumen se incrementa en $\left(\dfrac{13}{3}\right)\pi$ cm^3. En el mismo sistema de unidades, cuál es la diferencia entre los números que representan a la superficie y al volumen de la esfera.

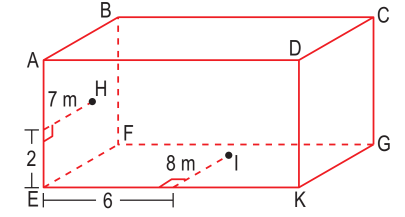
A) $\dfrac{5\pi}{6}$ B) $-\dfrac{\pi}{6}$ C) $\dfrac{\pi}{6}$ D) $-\dfrac{5\pi}{6}$ E) 0

4. En el triángulo ABC de semiperímetro 45 m, el lado BC mide 12 m. La circunferencia exinscrita al lado BC tiene radio 10 m. Halla el área del triángulo ABC.

A) 120 m^2 B) 240 m^2 C) 300 m^2
D) 330 m^2 E) 450 m^2

5. La figura representa una caja; en el punto H sobre la cara ABFE se encuentra una hormiga, y en el punto I sobre la cara EFGK se encuentra su comida. Halla la mínima distancia recorrida por la hormiga para llegar a I.

A) $(6 + \sqrt{5})$ m
B) $(6 + \sqrt{37})$ m
C) 8 m
D) $\sqrt{65}$ m
E) 9 m



6. En un triángulo 12 cm de lado se inscribe un círculo. Sí el círculo y el triángulo giran alrededor de $\overline{AH}$ (altura del triángulo ABC), calcula la diferencia entre los dos volúmenes generados.

A) $20\sqrt{3}\,\pi$ cm^3 B) $40\pi\sqrt{3}$ cm^3 C) $30\sqrt{3}\,\pi$ cm^3
D) $10\sqrt{3}\,\pi$ cm^3 E) $32\pi\sqrt{3}$ cm^3

7. Una esfera cuyo radio mide 6 cm; está inscrita en un cono recto. Se traza un plano tangente a la esfera y perpendicular a la generatriz del cono. Si el plano dista 2 cm del vértice del cono, calcula el volumen del cono.

A) 768π cm^3 B) 1152π cm^3 C) 576π cm^3
D) 384π cm^3 E) 256π cm^3

8. Se tiene un paralelepípedo recto de altura 3 cm cuya base es un cuadrado de lado 4 cm, se desea construir una pirámide recta que tiene la misma base del paralelepípedo. Calcula la altura que debe tener dicha pirámide para que el volumen común a los dos sea las 2/3 partes del volumen del paralelepípedo.

A) $(3 + \sqrt{2})$ cm B) $\left(\dfrac{9 - \sqrt{25}}{2}\right)$ cm C) $\left(\dfrac{9 + \sqrt{25}}{2}\right)$ cm
D) $(4 + \sqrt{35})$ cm E) $\left(\dfrac{9 + \sqrt{45}}{2}\right)$ cm